Des mathématiques pour enseigner
Quelques réflexions à partir d'un cas de combinaison de cadres théoriques

Stéphane Clivaz
HEP Vaud, Lausanne
UER MS et laboratoire 3LS

RÉSUMÉ

Ce texte présente une réflexion sur les croisements de théories à partir d'une recherche portant sur l'influence des différents types de connaissances mathématiques d'enseignants sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. Les deux cadres théoriques utilisés, la méthodologie de la recherche et les résultats sont évoqués en lien avec l'articulation des cadres théoriques. La dernière partie discute plus en détail la question de la combinaison des cadres théoriques illustrée par cette recherche.

INTRODUCTION

Ce texte présente une réflexion sur les croisements de théories à partir d'une recherche doctorale menée à l'université de Genève sous la direction de Jean-Luc Dorier (Clivaz, 2011). Les résultats de cette recherche sont également parus dans un livre à La Pensée Sauvage (Clivaz, 2014a).

Si la question des articulations entre cadres théoriques n'était nullement à l'origine de cette recherche, les influences multiples l'ont marquée dès le départ. Ma préoccupation première était d'abord de l'ordre de la formation. Comment répondre à cette étudiante terrorisée à l'idée d'enseigner une discipline dans laquelle elle a « toujours été nulle » ou comment réagir à la déclaration péremptoire d'une autre étudiante : « Je vais enseigner à l'école primaire, je n'ai pas besoin de vos cours de maths ! »? Cette préoccupation trouvait un écho à la fois dans les lectures et les préoccupations rencontrées auparavant lors de mes contacts à la *Harvard Graduate School of Education* en 2003-2004, particulièrement dans le livre de Liping Ma (1999) : *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. La question de Ma, dans son titre déjà, a été le fil conducteur de mon questionnement : quel est le lien entre *connaître* et *enseigner* les mathématiques ? C'est ainsi dès l'origine que l'influence du cadre étatsunien de la *math education* et celui de la didactique francophone dans lequel j'étais inséré ont marqué cette recherche.

J'essaierai ainsi dans ce texte de filer la réflexion sur l'articulation de ces influences. Je ne présenterai pas en détail les cadres théoriques, la méthodologie de la recherche et les résultats, mais ferai référence à des écrits dans lesquels je les ai présentés. Je présenterai par contre, pour chacune de ces parties, quelques réflexions sur l'articulation des deux cadres. La dernière partie discutera plus précisément la question de la combinaison des cadres théoriques illustrée par cette recherche.

DEUX CADRES THÉORIQUES

Deux origines

Les deux cadres théoriques utilisés sont la structuration du milieu issue de la théorie des situations didactiques (TSD) d'une part et la catégorisation des connaissances mathématiques pour l'enseignement (CME) d'autre part. Ces deux origines sont très différentes et la combinaison de ces deux cadres donne l'occasion de mettre en évidence, en parallèle, quelques caractéristiques de ces deux origines.

Clivaz, S. (2015). Des mathématiques pour enseigner? Quelques réflexions à partir d'un cas de combinaison de cadres théoriques. In L. Bacon, D. Benoit, C. Lajoie & I. Oliveira (Eds.), Croisements variés de concepts, d'approches et de théories: les enjeux de la création en recherche en didactique des mathématiques. Colloque du groupe de didactique des mathématiques du Québec 2014. (pp. 1-10). UQAM, Montréal. Consulté le 15 juin 2015, dans https://www.academia.edu/12352746

La théorie des situations didactiques, la structuration du milieu et la pertinence

Ainsi que le décrit Margolinas (2005), les ruptures sont fondatrices de la théorie des situations didactiques dès les années 1970 : rupture avec la réforme des mathématiques modernes, rupture avec l'applicationnisme et rupture avec l'innovation. Ces ruptures ont conduit la didactique des mathématiques à « rechercher des conditions qui permettent en théorie de faire évoluer les connaissances des élèves et non pas seulement qui améliorent de fait l'enseignement » (p. 2). Cet ancrage théorique fort permet de considérer la didactique des mathématiques comme une « science expérimentale dans laquelle les résultats techniques sont envisagés comme des conséquences des résultats fondamentaux » (p. 2). Si le dispositif relevait de l'ingénierie didactique dans un contexte expérimental particulier comme le COREM[1], les études vont se porter des les années 1990 vers l'étude des classes ordinaires, et, concomitamment, vers une centration vers l'étude du professeur (p. 6). La structuration du milieu, introduite par Brousseau et développé par Margolinas, participe de ce mouvement puisqu'elle prend en compte le point de vue du professeur dans l'analyse *a priori* et puisqu'elle devient un outil d'analyse *a posteriori* de situation de classe ordinaire.

Cette structuration du milieu est décrite en détail par Margolinas (2002), nous avons repris cette description dans Clivaz (2012c, 2014a). Nous en retiendrons ici essentiellement l'emboîtement des situations du niveau +3 au niveau -3 représentée par une structure en oignon dans lequel la situation S_i est constituée de l'élève E_i, du professeur P_i et du milieu M_i avec $M_i = S_{i-1}$. La **Figure 1** représente cet emboîtement des milieux -1 à +1.

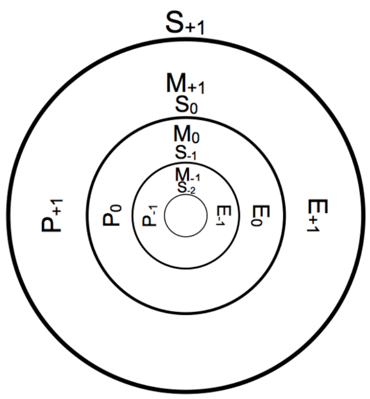

Figure 1 : Emboîtement des milieux -1 à +1

La situation didactique S_0 peut ainsi être déterminée soit par une analyse ascendante, de S_{-3} à S_0, du point de vue de l'élève, soit par une analyse descendante, de S_3 à S_0, du point de vue du professeur. Il peut arriver que ces deux situations ne correspondent pas. Margolinas parle alors de bifurcations didactiques (2004, pp. 59-63).

Dans le même cadre de la TSD et afin de distinguer les effets des connaissances mathématiques de l'enseignant en situation d'enseignement, Bloch (2009) propose quant à elle de distinguer divers degrés de *pertinence mathématique des interventions du professeur*. Nous avons décrit ces degrés dans Clivaz (2014a, pp.142-146). Nous retiendrons ici le premier de ces critères :

> C1 : […] capacité à interagir avec les élèves sur des éléments mathématiques de la situation et à encourager l'activité des élèves par des interventions et des retours sur leur production mathématique. (p. 33)

[1] Centre pour l'Observation et la Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, voir Brousseau (1998) pour une description détaillée de ce dispositif.

Les catégories de connaissances mathématiques pour l'enseignement

La catégorisation des connaissances mathématiques pour l'enseignement prend son origine d'une part dans les catégories de connaissances pour l'enseignement développées par Shulman (1986) et plus particulièrement de la connaissance pédagogique du contenu introduite par ce dernier en vue de promouvoir les aspects disciplinaires de l'enseignement dans la formation des enseignants. Shulman appelait de ses vœux le développement de la recherche sur les connaissances des enseignants selon les disciplines et la nécessité d'un « cadre théorique cohérent » (p. 9). La catégorisation de Ball et de son équipe s'inscrit dans la réponse à cet appel. Toutefois le moteur principal de ce développement est à chercher dans la volonté de documenter l'influence des connaissances mathématiques des enseignants sur les résultats des élèves. Les études sur le sujet étant peu concluantes, voire contradictoires (National Mathematics Advisory Panel, 2008a, 2008b), Ball et son équipe se sont attachés à catégoriser plus finement ces connaissances et à forger des outils pour les évaluer. C'est par l'observation d'une grande quantité d'enseignants que ces catégories ont été développées, créant une « practice-based theory of mathematical knowledge for teaching[2] » (Ball et Bass, 2003). L'origine est donc ici essentiellement pragmatique.

Ce cadre est présenté en détail dans Clivaz (2012c; 2014a, pp.133-142). Il est souvent résumé dans la présentation schématique suivante :

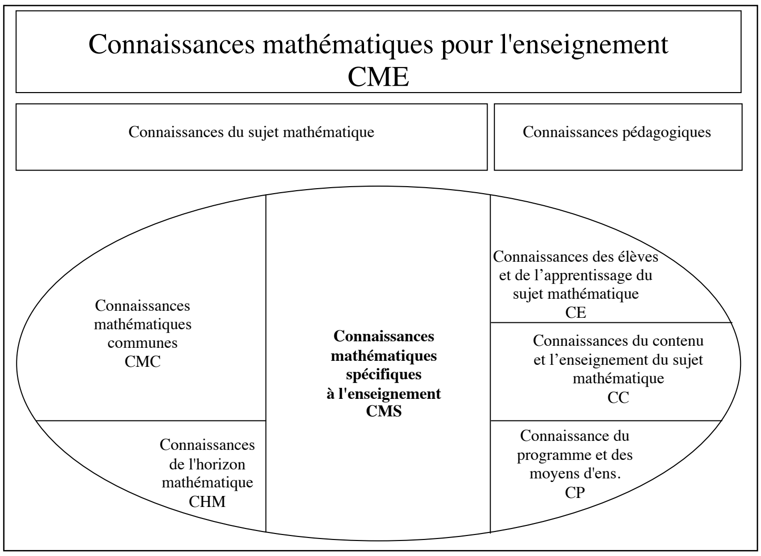

Figure 2 : Connaissances mathématiques pour l'enseignement (Ball, Thames et Phelps, 2008, p. 403)

Les Connaissances Mathématiques Spécifiques à l'enseignement (CMS) sont des connaissances mathématiques dont ne disposent pas d'autres professionnels utilisant les mathématiques. C'est le cas par exemple quand il s'agit d'expliquer pourquoi « pour multiplier par dix, on ajoute un zéro », quand il faut analyser des erreurs d'élèves ou quand il faut décider si une procédure originale proposée par un élève est correcte. Une situation particulière nécessitant ces connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement est celle de l'enseignement de l'algorithme de la multiplication (Ball, Hill et Bass, 2005, pp. 17-21). Selon les études quantitatives menées à la suite des travaux de Ball et son équipe, lorsque ce sont ces CMS qui sont mesurées, l'effet est significatif sur les résultats des élèves (Hill, Rowan et Ball, 2005).

---

[2] une théorie des connaissances mathématiques pour l'enseignement basée sur la pratique.

LA RECHERCHE

Contrairement aux études quantitatives étatsuniennes, notre but n'était pas de mesurer un effet sur les résultats des élèves, mais bien de décrire l'effet des différents types de connaissances mathématiques pour l'enseignement des enseignants sur la pertinence mathématique de leurs interventions et sur l'organisation didactique de leurs cours de mathématiques à l'école primaire. Pour ce faire, nous avons observé intégralement les séances d'enseignement de l'algorithme de la multiplication par un nombre à deux chiffres chez quatre enseignants généralistes de quatrième primaire[3] de la région de Lausanne. L'analyse des leçons et des entretiens pre et post séquence a utilisé les catégories de connaissances mathématiques, la pertinence mathématique pour décrire l'effet potentiel de ces connaissances et la structuration du milieu pour décrire les épisodes d'enseignement. L'utilisation d'un logiciel d'analyse qualitative de données, Transana (Fassnacht et Woods, 2002-2011) a permis d'effectuer plusieurs croisements de ces différents aspects. Nous allons présenter maintenant quelques-uns de ces croisements.

ANALYSE, RÉSULTATS ET CONCLUSIONS DE LA RECHERCHE

Les résultats obtenus en croisant les catégories de CME et les éléments issus de la TSD se situent à trois grains d'analyse différents.

Le grain le plus large concerne les corrélations possibles entre les différentes catégories de CME entre elles et avec la pertinence mathématique. Plus de 17 heures de séances et 11h30 d'entretiens ont été traitées. Environ 80% des données ont fait l'objet d'un découpage en près de 800 épisodes et ont été codées selon le niveau d'activité de l'enseignant, selon les catégories de CME présentes et selon la pertinence mathématique des interventions de l'enseignant. Les parties non codées dans les entretiens correspondent aux moments de salutation ou de rappel des conditions de la recherche. Celles non codées des séances de classe sont des moments durant lesquels l'enseignant n'est pas dans une position didactique, mais dans une pure position de gestion de classe. Une première analyse statistique permet de mettre en évidence des corrélations significatives entre la présence des diverses catégories de CME et la pertinence des interventions de l'enseignant. En particulier une corrélation forte apparaît entre la présence dans un épisode d'une Connaissance Mathématique Spécifique à l'enseignement correcte et la manifestation de la pertinence mathématique. Ce lien n'existe en revanche pas pour les autres types de CME. En particulier, d'un point de vue statistique, les Connaissances Mathématiques Communes correctes ne sont liées à une manifestation de pertinence que quand elles sont présentes conjointement à d'autres CME correctes ou, dans une moindre mesure, quand elles sont seules présentes. En revanche une Connaissance Mathématique Commune correcte présente en même temps qu'une autre CME erronée, particulièrement d'une Connaissance Mathématique Spécifique erronée, est liée le plus souvent à la non-pertinence mathématique des interventions de l'enseignant. Cela suggère que les Connaissances Mathématiques Communes ne génèrent de la pertinence mathématique que quand elles sont liées à d'autres connaissances mathématiques pour l'enseignement.

Un grain plus fin d'analyse a consisté à analyser pour chaque enseignant les liens entre ses CME et la pertinence mathématique de ses interventions. Nous avons plus particulièrement analysé les liens entre la connaissance de chaque enseignant à propos d'une propriété mathématique et ses explications d'une particularité de l'algorithme de la multiplication en colonnes (Clivaz, 2012b; 2014a, pp. 183-204; Clivaz et Deruaz, 2013) :

- distributivité et séparation en deux lignes de l'algorithme en colonnes

[3] Élèves de 9 à 10 ans.

- numération décimale de position et gestion des retenues
- associativité, numération décimale de position et apparition d'un zéro ou décalage à la seconde ligne
- représentation de la multiplication (addition itérée ou produit cartésien) et type d'explication de l'algorithme.

Le troisième grain d'analyse, le plus fin, nous a conduit à étudier en détail un épisode de 27 minutes ayant donné lieu à des incompréhensions entre certains élèves et l'enseignant. Cette analyse complexe a été menée en terme de structuration du milieu. Elle est parue ou doit paraître dans deux articles (Clivaz, 2012a, en révision), nous nous n'en reprenons ici que les résultats principaux.

Une double analyse *a priori*, descendante du point de vue de l'enseignant et ascendante du point de vue des élèves, a été effectuée selon la méthodologie de structuration du milieu développée par Margolinas (2004). Cette analyse *a priori* a permis, par confrontation avec le déroulement effectif dans la classe, de réaliser une analyse *a posteriori*. Le cadre de la structuration du milieu a ainsi contribué à structurer la complexité de la situation didactique afin d'y analyser les CME de l'enseignant et la pertinence de ses interventions.

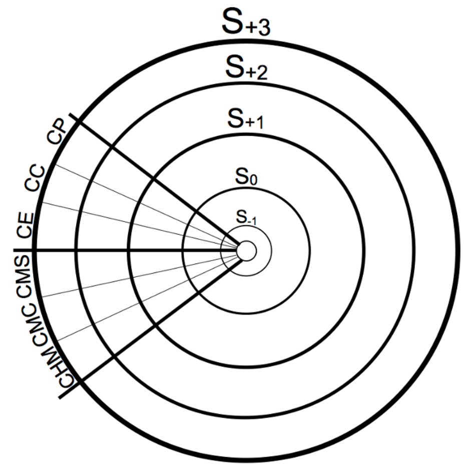

Figure 3 : Analyse descendante selon les catégories de CME.

Cette analyse fine a mis en évidence des liens entre les connaissances mathématiques pour l'enseignement, la pertinence et la gestion didactique dans ce cas très ponctuel. En particulier, elle a conduit à une description détaillée des incompréhensions perçues entre élèves et enseignant en termes de bifurcations didactiques (Margolinas, 2004). Cette analyse, en distinguant les types de CME, a également permis de déterminer certaines causes de l'apparition de ces bifurcations dans les choix faits par l'enseignant, choix eux-mêmes liés à un manque de connaissances mathématiques pour l'enseignement.

CONCLUSIONS DE LA RECHERCHE

Les résultats ont ainsi permis de mettre en évidence des liens entre les CME des enseignants et leur pertinence mathématique. Ces liens sont différents selon les types de CME et sont particulièrement importants pour les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement. De nombreux autres facteurs influencent les choix didactiques des enseignants, mais nos observations nous conduisent à penser que les CME permettent aux enseignants une liberté pédagogique. Les éléments de réponse, que nous sommes en mesure d'apporter à l'issue de cette recherche, retrouvent ainsi un caractère un peu naïf. *Connaître* les mathématiques qu'on enseigne permet de choisir comment on les enseigne. *Connaître* les mathématiques qu'on enseigne donne une liberté pédagogique à l'enseignant. On retrouve ici la conclusion de l'ouvrage collectif *Mathematical Knowledge in Teaching* (Rowland et Ruthven, 2011) qui met en évidence la nécessité de connaissances mathématiques élaborées pour un enseignement centré sur la pensée mathématique des élèves.

« […] there are important variations in the range and depth of mathematical knowledge required by different types of teaching approach. For example, forms of practice in which classroom interaction focuses on students' mathematical thinking depend on teachers being proficient in supporting, eliciting, analysing and responding to such thinking. Moreover, the intelligent use of such forms of practice calls for teachers to understand (and identify with) the models of mathematical activity and thought, teaching and learning, that lie behind them[4] » (Ruthven et Rowland, 2011, p. 289).

DISCUSSIONS DU POINT DE VUE DE LA COMBINAISON DES CADRES

Ces conclusions sont un élément de réponse à notre interrogation initiale quant aux types de connaissances mathématiques nécessaires pour enseigner. Nous avons toutefois eu besoin de la finesse de la structuration du milieu pour analyser l'effet de ces types de connaissances dans la pratique des enseignants. La distinction entre les types de CME a été nécessaire pour analyser les causes des phénomènes et la structuration du milieu ainsi que la pertinence ont été cruciales pour saisir le mouvement des situations didactiques au-delà du caractère statique (Ball *et al.*, 2008, p. 403) des catégories de Ball, pour percevoir non seulement des connaissances mathématiques pour enseigner, mais des connaissances mathématiques dans l'enseignement (Rowland et Ruthven, 2011; Watson, 2008). Ce recours à deux cadres issus de cultures de recherche différentes nous permet aussi d'inscrire notre réflexion dans un large mouvement au sein de la communauté de recherche en éducation mathématique.

Les questions de connexion entre cadres théoriques, fil rouge du colloque du GDM 2014, constituent un axe de travail important au sein des colloques internationaux de *Math Education*, en particulier de PME et de CERME. Un livre et un numéro spécial de revue sont notamment issus de ces travaux (Prediger, Arzarello, Bosch et Lenfant, 2008a; Sriraman et English, 2010) et contiennent deux articles de Bikner-Ahsbahs, Prediger et Arzarello (Bikner-Ahsbahs et Prediger, 2010; Prediger, Bikner-Ahsbahs et Arzarello, 2008b) proposant un cadre conceptuel permettant de catégoriser les types de connexions entre théories. Ces stratégies de connexion sont placées sur un axe allant de l'ignorance entre plusieurs approches à leur intégration totale.

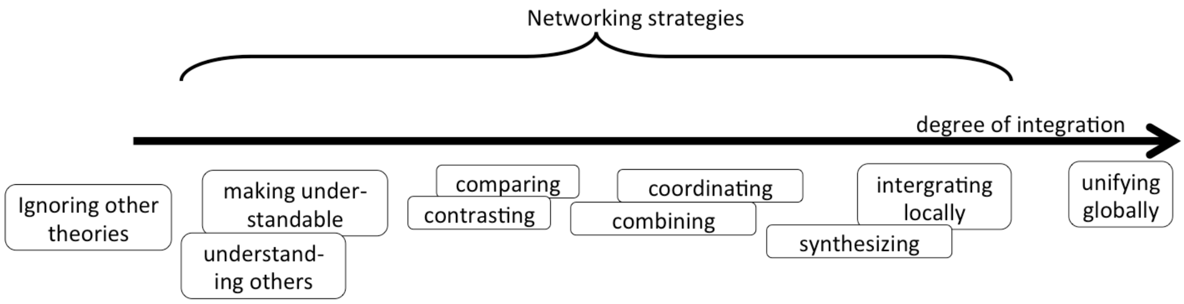

Figure 4 : Stratégies pour connecter des approches théoriques (Prediger *et al.*, 2008b, p. 170)

---

[4] […] il y a d'importantes variations dans l'étendue et la profondeur des connaissances mathématiques requises par différents types d'approche d'enseignement. Par exemple, les pratiques d'enseignement dans lesquelles les interactions en classe se concentrent sur la pensée mathématique des élèves dépendent du fait que les enseignants soient suffisamment expérimentés pour soutenir, susciter, analyser et répondre à cette pensée mathématique. Plus encore, l'utilisation intelligente de telles pratiques appelle les enseignants à comprendre les modèles de l'activité et de la pensée mathématique ainsi que de l'enseignement / apprentissage qui est en arrière plan (et à s'identifier à eux).

La stratégie que nous avons utilisée relève de la combinaison. Comme décrit par Prediger et ses collègues, cette combinaison permet d'obtenir un « multi-faceted insight into the empirical phenomenon in view[5] » (p. 173). Contrairement à Huillet (2009) qui utilise la notion de praxéologie pour distinguer les connaissances mathématiques des enseignants au sein même de la théorie anthropologique du didactique, les deux découpages utilisés (type de CME et structuration du milieu) divisent l'analyse du point de vue de l'enseignant dans deux directions différentes comme représenté dans la **Figure 3** ci-dessus. Ces deux directions sont complémentaires comme nous l'avons montré dans nos diverses analyses.

La combinaison de cadres théoriques ne requiert pas « the complementarity or even the complete coherence of the theoretical approaches in view. Even theories with conflicting basic assumptions can be combined[6] » (Prediger *et al.*, 2008b, p. 173). Toutefois, une des hypothèses fondamentales des cadres de Shulman et de Ball est que les connaissances des enseignants influencent l'apprentissage des élèves. Dans la même ligne, Davis et Renert considèrent que la TSD inclut « the body of mathematical knowledge within the space of teachers' transformative influence[7] » (Davis et Renert, 2013, p. 254). Cette influence des connaissances des enseignants nous semble être un argument quant à un certain degré de cohérence entre les deux cadres, même si comme nous l'avons vu au début de ce texte, leurs fondements ont aussi de nombreuses différences. Le pas supplémentaire consistant à coordonner ces deux cadres (voir **Figure 4**) nécessiterait donc une étude beaucoup plus fine des fondements de ces deux théories et une « a careful analysis of the mutual relationship between the different elements[8] » (Prediger *et al.*, 2008b, p. 172).

VERS QUELQUES DÉVELOPPEMENTS

La combinaison que nous avons utilisée répondait en partie au besoin relevé par Ball de voir « How different categories of knowledge come into play in the course of teaching[9] » (Ball *et al.*, 2008, p. 403). Il est intéressant de voir qu'une réponse très différente de la nôtre a été apportée par Hill et son équipe dans la suite de l'équipe de Ball. En effet, Hill et ses collègues (2008) ont développé la notion de Mathematical Quality of Instruction (MQI). Cette MQI est déterminée dans un grand nombre de classes avec une formation des juges en vue d'un accord interjuges satisfaisant. Les leçons sont découpées en segments réguliers et la présence ou l'absence d'un certain nombre de paramètres (regroupés selon les dimensions de la **Figure 5**) est attestée pour chacun de ces segments.

[5] une compréhension à plusieurs facettes du phénomène empirique observé.
[6] la complémentarité ou même la cohérence complète entre les approches théoriques. Même des théories avec des hypothèses fondamentales incompatibles peuvent être combinées.

[7] l'ensemble des connaissances mathématiques à l'intérieur de l'espace de l'influence transformative du professeur.

[8] une analyse détaillée des relations mutuelles entre les différents éléments.
[9] comment les différentes catégories de connaissances entrent en jeu au cours de l'enseignement.

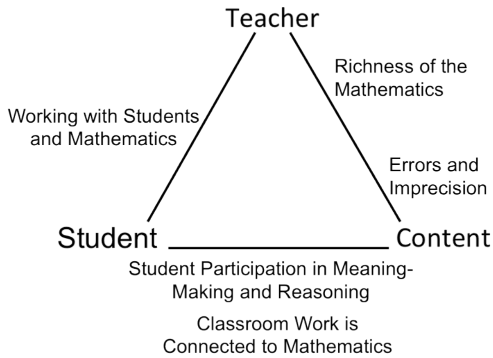

Figure 5 : Dimensions de la MQI (National Center for Teacher Effectiveness)

Cette MQI joue ainsi un rôle similaire à celui de la pertinence mathématique que nous avons utilisée. Elle s'en différencie toutefois fortement par son usage quantitatif et par des critères beaucoup plus précis permettant une notation par des juges. La MQI permet donc de mesurer le lien entre les CME et un aspect de l'enseignement. Il nous semble en revanche qu'elle ne permet pas de décrire les processus en jeu dans cette influence comme le cadre de la TSD nous a permis de le faire par connexion avec les catégories de CME. La comparaison des résultats des deux approches resterait à réaliser.

Le désir de dialoguer avec d'autres approches me conduit également à mener ces discussions avec les approches transversales, sortant ainsi des catégories de Bikner-Ahsbahs, Prediger et Arzarello. Une des directions explorées est le dialogue entre sociologie et didactique (Clivaz, 2014b). J'ai ainsi essayé de questionner les liens entre ma recherche et le la théorie sociologique du rapport au savoir telle que formulée par Charlot (1997; 2003).

Une autre direction est le travail que je mène autour du processus de *Lesson Study* ou d'*étude collective de leçon* (Lewis, Perry et Murata, 2006; Miyakawa et Winsløw, 2009) que j'avais rencontré chez Ma (1999) au début de ma recherche doctorale. Ce travail, mené au sein du Laboratoire Lausannois Lesson Study[10], me conduit, à la fois en position de coach d'un groupe d'enseignants et en position de chercheur à confronter mon regard de didacticien avec celui de ma collège Anne Clerc-Georgy, spécialiste « vygotskienne » des processus d'enseignement-apprentissages. Ce travail commun, dans les choix concrets de l'animation d'un collectif d'enseignants et de chercheurs dans une démarche collaborative, constitue une autre forme de dialogue entre approches. Les fruits que ce dialogue portera en terme de recherche sont encore à cultiver. Nous espérons qu'ils seront partagés et discutés par nos communautés scientifiques respectives comme l'ont été d'autres croisements variés de théories au cours du colloque GDM 2014.

BIBLIOGRAPHIE

BALL, D. L. et BASS, H. (2003). Toward a Practice-Based Theory of Mathematical Knowledge for Teaching. In B. Davis et E. Simmt (Eds.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (pp. 3-14). Edmonton, AB. [http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.132.7284etrep=rep1ettype=pdf]

BALL, D. L., HILL, H. C. et BASS, H. (2005). Knowing mathematics for teaching, who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 14(22), 43-46. [http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/2027.42/65072/4/Ball_F05.pdf

BALL, D. L., THAMES, M. H. et PHELPS, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education,* 59(5), 389-407. [http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/59/5/389]

[10] Voir www.hepl.ch/3LS, consulté le 29 octobre 2014

BIKNER-AHSBAHS, A. et PREDIGER, S. (2010). Networking of theories—an approach for exploiting the diversity of theoretical approaches. In *Theories of Mathematics Education* (p. 483-506): Springer.

BLOCH, I. (2009). Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves. Comment travailler leur pertinence en formation ? *Petit x,* 81, 25-52.

BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble: La Pensée Sauvage.

CHARLOT, B. (1997). *Du rapport au savoir. Eléments pour une théorie*. Paris: Anthropos.

CHARLOT, B. (2003). La problématique du rapport au savoir. In S. Maury et M. Caillot (éd.), *Rapport au savoir et didactiques* (p. 33-50). Paris: Fabert.

CLIVAZ, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire*. Thèse de doctorat. Université de Genève, Genève. [http://archive-ouverte.unige.ch/unige:17047]

CLIVAZ, S. (2012a). Connaissances mathématiques de l'enseignant et bifurcations didactiques : analyse d'un épisode. *Recherches en didactique,* 14, 29-46.

CLIVAZ, S. (2012b). Connaissances mathématiques des enseignants et enseignement de l'algorithme de la multiplication. In J.-L. Dorier et S. Coutat (éd.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (p. GT1, 172–182). Genève. [http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT1/GT1-pdf/EMF2012GT1CLIVAZ.pdf]

CLIVAZ, S. (2012c). Des mathématiques pour enseigner : analyse de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l'école primaire. In M. Abboud-Blanchard et A. Flückiger (éd.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques. Année 2011* (p. 247-261). Paris: ARDM, IREM de Paris 7. [http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00823673]

CLIVAZ, S. (2014a). *Des mathématiques pour enseigner? Quelle influence les connaissances mathématiques des enseignants ont-elles sur leur enseignement à l'école primaire?* Grenoble: La Pensée Sauvage.

CLIVAZ, S. (2014b). Le lien entre les connaissances mathématiques pour l'enseignement et les choix didactiques de l'enseignant: une occasion de questionner le rapport des enseignants au savoir mathématique? In P. Losego (éd.), *Actes du colloque « Sociologie et didactiques : vers une transgression des frontières », 13 et 14 septembre 2012*. Lausanne: Haute Ecole Pédagogique de Vaud. [http://www.hepl.ch/sociodidac]

CLIVAZ, S. (en révision). Teaching Multidigit Multiplication: Combining multiple Frameworks to analyse a Class Episode.

CLIVAZ, S. et DERUAZ, M. (2013). Des mathématiques à leur enseignement, l'algorithme de la multiplication. *Grand N,* 92, 15-23.

DAVIS, B. et RENERT, M. (2013). Profound understanding of emergent mathematics: broadening the construct of teachers' disciplinary knowledge. *Educational Studies in Mathematics,* 82(2), 245-265. [http://dx.doi.org/10.1007/s10649-012-9424-8]

FASSNACHT, C. et WOODS, D. K. (2002-2011). Transana (Version 2.42) [Mac]. Madison, WI: University of Wisconsin. [http://www.transana.org/]

HILL, H. C., BLUNK, M., CHARALAMBOUS, C., LEWIS, J., PHELPS, G., SLEEP, L. et al. (2008). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: An exploratory study. *Cognition and Instruction,* 26(4), 430-511.

HILL, H. C., ROWAN, B. et BALL, D. L. (2005). Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal,* 42(2), 371-406.

HUILLET, D. (2009). Mathematics for Teaching: An Anthropological Approach and Its Use in Teacher Training. *For the learning of mathematics,* 29(3), 4-10. [http://www.jstor.org/stable/25594559]

LEWIS, C., Perry, R. et MURATA, A. (2006). How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study. *Educational Researcher,* 35(3), 3-14. [http://www.jstor.org/stable/3700102]

MA, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

MARGOLINAS, C. (2002). Situations, milieux, connaissances: Analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot et R. Floris (Eds.), *Actes de la 11e école d'été de didactique des mathématiques* (p. 141-155). Grenoble, France: La Pensée Sauvage. [https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00421848]

MARGOLINAS, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. HDR. Université de Provence - Aix-Marseille I. [http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00429580/en/]

MARGOLINAS, C. (2005). Essai de généalogie en didactique des mathématiques. *Revue Suisse des Sciences de l'Education,* 27(3), 343-360. [http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00443709]

MIYAKAWA, T. et WINSLØW, C. (2009). Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants: Etude collective d'une leçon. *Education et Didactique,* 3(1), 77-90. [http://education-et-didactique.bretagne.iufm.fr/IMG/pdf/Miyakawa_Winslow.pdf]

NATIONAL CENTER FOR TEACHER EFFECTIVENESS. (2012). [http://isites.harvard.edu/icb/icb.do?keyword=mqi_trainingetpageid=icb.page394700]

NATIONAL MATHEMATICS ADVISORY PANEL. (2008a). *Fundation for Success: Report of the Task Group on Teachers and Teacher Education* Washington, DC: U.S. Department of Education. [http://www.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/teachers.pdf]

NATIONAL MATHEMATICS ADVISORY PANEL. (2008b). *Fundation for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education. [http://www.ed.gov/about/bdscomm/list/mathpanel/report/final-report.pdf]

PREDIGER, S., ARZARELLO, F., BOSCH, M. et LENFANT, A. (2008a). Comparing, combining, coordinating-networking strategies for connecting theoretical approaches [numéro spécial]. *ZDM,* 40(2). [http://dx.doi.org/10.1007/s11858-008-0093-0]

PREDIGER, S., BIKNER-AHSBAHS, A. et ARZARELLO, F. (2008b). Networking strategies and methods for connecting theoretical approaches: first steps towards a conceptual framework. *ZDM,* 40(2), 165-178. [http://dx.doi.org/10.1007/s11858-008-0086-z]

ROWLAND, T. et RUTHVEN, K. (Eds.). (2011). *Mathematical Knowledge in Teaching* (Vol. 50): Springer Netherlands

RUTHVEN, K. et ROWLAND, T. (2011). Conclusion. In T. Rowland et K. Ruthven (Eds.), *Mathematical Knowledge in Teaching* (Vol. 50, p. 289-291): Springer Netherlands.

SHULMAN, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher,* 15(2), 4-14. [http://edr.sagepub.com/cgi/reprint/15/2/4]

SRIRAMAN, B. et ENGLISH, L. (éd.). (2010). *Theories of mathematics education: Seeking New Frontiers*. Berlin, Heidelberg: Springer

WATSON, A. (2008). *Developing and deepening mathematical knowledge in teaching: being and knowing*. Texte présenté au MKiT 6, Nuffield Seminar Series, 18th March, at University of Loughborough. [http://www.mkit.maths-ed.org.uk/seminar5.html]