La place de la verbalisation dans les situations didactiques en mathématiques

Thierry Dias – Haute école pédagogique du canton de Vaud

thierry.dias@hepl.ch

Introduction

L'étude de la notion de verbalisation et de son implication dans l'apprentissage des mathématiques n'a fait l'objet que de très peu d'études récentes en littérature francophone. On peut citer celle de Robotti (2002) qui propose une étude du langage avec une perspective fonctionnelle dans le cadre d'activités de résolution de problèmes en géométrie plane pour des élèves du secondaire 1 en France. L'étude permet de définir une série de fonctions langagières spécifiques dans le cadre d'une tâche de résolution de problème, et montre donc la place de la verbalisation dans la formulation des connaissances des élèves comme un accompagnement de l'action (guide, association et planification). La littérature scientifique Anglo-Saxonne ne rend pas compte, elle non plus, de travail scientifique didactique récent sur cette question spécifique. En langue française comme anglaise, les problématiques langagières dans l'apprentissage des mathématiques sont pourtant très présentes dans de nombreuses contributions. Cependant, elles concernent davantage les interactions dans le domaine de l'argumentation et de la preuve (Stylianides, Bieda & Morselli, 2016 ; Hanna & de Villiers, 2012) par exemple, ou plus spécifiquement les enjeux de la déficience de cette fonction cognitive qu'est le langage (Vukovic & Lesaux, 2013). La dimension sémiotique est également souvent convoquée dans l'analyse de situations d'enseignement et apprentissage (Duval, 2014), tout comme la question de la diversité des langues dans les interrogations didactiques en mathématiques (Barwell et al., 2015). La plupart de ces études se font dans le prolongement de travaux plus anciens du fait de la récurrence de l'utilisation des cadres théoriques et des dimensions scientifiques convoqués, que ce soit celle de la sémiotique ou celle de la didactique par exemple.

Dans nos travaux, nous souhaitons proposer un questionnement différent en interrogeant plus spécifiquement le rôle de la verbalisation dans la mise en évidence des connaissances mathématiques. Nous cherchons à savoir en quoi une situation de construction en géométrie spatiale permet une verbalisation significative des connaissances des élèves. Nous avons volontairement choisi un environnement d'enseignement et apprentissage particulier avec la géométrie dans l'espace, domaine des mathématiques dans lequel l'articulation entre l'action et la formulation nous semble déterminant dans la construction des connaissances en situation d'apprentissage. Nous faisons plusieurs hypothèses quant à ce questionnement de recherche. La première concerne la nécessité d'une manipulation *a priori* dans le processus d'apprentissage en mathématiques afin de solliciter la mise en actes des connaissances des élèves. Cette notion de manipulation renvoie au cadre plus large de la prise en compte de l'action au sens de plusieurs auteurs (Descaves, 1992 ; Piaget, 2002 ; Vergnaud, 2011) dans une démarche de type expérimentale (Dias, 2008). Notre deuxième hypothèse postule la nécessité d'une pratique langagière en situation afin de révéler les conceptions des élèves et de faciliter l'accès à leur représentation des objets. Notre troisième et dernière hypothèse relève de la valeur ajoutée de la dimension collaborative dans les situations d'apprentissages au service notamment du partage, puis de la stabilisation des connaissances des acteurs.

1. De la spécificité des objets géométriques quant à leur représentation

Un triangle, un carré, un cube ou une pyramide sont des objets répertoriés dans la théorie mathématique comme des concepts que l'on peut définir par leurs propriétés. L'un possède quatre côtés isométriques, l'autre des faces triangulaires ; on peut également s'intéresser à la valeur de leurs angles, aux relations qui unissent leurs segments ou aux symétries qu'ils contiennent. Chacun d'eux est déterminé par une série d'objets et de relations théoriques faisant elles-mêmes partie d'une liste de savoirs organisés dans un système. L'existence de ces propriétés revêt un caractère de nécessité, elle est assurée par le principe logique de non contradiction propre aux mathématiques. Lorsque l'on veut représenter l'un de ces objets dans une version accessible à nos sens (vue et éventuellement toucher), on doit en faire le tracé ou la construction dans l'espace en fonction de l'environnement matériel dont on dispose. Ce processus comporte alors un inconvénient irrémédiable : le concept mathématique n'est représenté que par un de ses signifiants qui ne peut à lui tout seul en exhiber toutes les propriétés. Le dessin d'un triangle n'est qu'une représentation unique d'un ensemble infini de propositions : on peut toujours dessiner un triangle différent de celui que l'on vient de faire. Cette impossibilité de représentation de l'objet théorique (l'idéalité platonicienne) par un objet familier est une spécificité des concepts mathématiques (et pas seulement en géométrie d'ailleurs). Le cube en bois d'un jeu de construction ne peut pas, à lui tout seul, représenter le concept de cube et ceci est un obstacle considérable dans l'acquisition des connaissances mathématiques.

Lorsque l'on veut rendre perceptible un concept mathématique, il est possible d'utiliser des types de représentations sémiotiques différentes. En suivant Duval (1993), on parlera de registres pour distinguer les modes de représentation. En géométrie, on pourra par exemple utiliser le registre de la visualisation (le dessin), et le registre du discours (le mot ou l'écriture de type mathématique) pour représenter un même objet. Dans l'enseignement des mathématiques, il est courant pour les professeurs de passer d'un registre à un autre voir de les juxtaposer tant il est clair pour eux qu'ils représentent un même concept. Cependant, Duval (1993) insiste sur le fait que les passages intempestifs d'un registre à un autre ne sont pas aussi explicites pour les élèves que ce que pourrait croire l'enseignant. Chaque registre comportant, en effet, ses propres règles syntaxiques, les élèves ne possèdent pas toujours les clefs permettant les décodages nécessaires. Le fait que deux signes différents puissent avoir la même référence n'est pas forcément transparent pour les élèves : un trapèze et un rectangle sont des formes différentes et pourtant toutes deux des représentations d'un quadrilatère.

Un troisième type de représentation est spécifique aux objets de la géométrie, elle est intermédiaire entre l'image (représentation visuelle) et la définition (propriétés) de l'objet. Il s'agit d'une sorte d'image mentale nommée *figural concept* par Fischbein (1993). Ce sont des entités abstraites, générales qui sont logiquement déterminables. Elles expriment des représentations mentales en lien avec les propriétés de l'espace dans lequel elles sont inscrites, comme la forme ou la position par exemple (Fischbein, 1993). Ces *figural concept* sont élaborés progressivement grâce aux expériences que nous accumulons dans notre rapport à l'environnement qui nous entoure. Ainsi nous forgeons nous une certaine idée du cube par exemple, du fait des différentes rencontres que nous avons eu avec cet objet dans des formes, des tailles et des contextes différents. Les gestes que nous avons associés à son utilisation, son toucher et ses déplacements participent aussi de la construction de cette image mentale. A la simple évocation de l'idée de cube, sans en avoir un représentant imagé ou réel sous les yeux, nous faisons appel à ce type de représentation également grâce aux connaissances de certaines définitions de ses propriétés que nous possédons (par exemple son nombre de faces, ou la perpendicularité de ses dernières). La notion de *figural concept* est particulièrement intéressante pour analyser les liens entre les actes et les connaissances dans une situation d'apprentissage car leur convocation semble un processus proche de celui de la verbalisation comme nous le verrons dans la présentation des expérimentations plus loin dans notre texte.

2. Faire puis dire

Avant d'aborder la place de la verbalisation dans la construction des connaissances en mathématiques, nous souhaitons situer celle-ci *a posteriori* de la mise en actes. Nous suivons ainsi les modélisations du processus d'apprentissage qui considèrent l'action comme préalable nécessaire à toute utilisation du langage. Pour Vergnaud (2011) par exemple, la mise en actes ses connaissances précède leur mise en mots (Vergnaud, 2011), car les savoirs d'action sont les réponses privilégiées par les enfants en situation d'adaptation à un déséquilibre provisoire engendré par la rencontre d'un problème à résoudre. Il suit théoriquement le courant piagétien dans la référence au modèle d'apprentissage par adaptation qui donne un rôle fondamental à l'action (Piaget, 2002).

> « Ce serait donc, même en pédagogie mathématique, une grande erreur de négliger le rôle des actions et de s'en tenir toujours au plan du langage. Chez les jeunes élèves l'action sur des objets est au contraire indispensable à la compréhension des relations arithmétiques aussi bien que géométriques » (Piaget, 2002, p.43)

Vergnaud (1991) emprunte à Piaget la notion de *schème*, qu'il définit comme une organisation invariante des actions conduites pour une classe de situations données. Dans un tel processus d'adaptation au réel, les schèmes s'accommodent et se généralisent progressivement (Vergnaud, 1991) ce qui paraît modéliser tout à fait correctement le processus d'apprentissage dans le domaine des mathématiques. On perçoit dans cette explication la place toute relative du langage dont Vergnaud montre que les élèves peuvent se passer dans la mise en œuvre des schèmes. C'est une mise en évidence du rôle fondamental de l'expérience pratique reléguant la verbalisation (à distinguer bien entendu de la pensée verbale) à un rôle plutôt secondaire.

Dans la théorie des situation didactiques (Brousseau, 1998), il est question de modéliser les systèmes didactiques en termes de jeux mathématiques (situations dites adidactique[1]). Le travail de Brousseau, référence incontournable en didactique des mathématiques, propose un modèle explicatif basé sur une série de dialectiques successives : action, formulation et validation[2]. On repère une fois encore l'action comme principe déterminant et emprunté à l'école piagétienne. La place de la langue est quant à elle au service des échanges a posteriori sous deux formes selon leurs fonctions dans le système décrit : la formulation dans un premier temps, la validation dans un deuxième. La mise en mots dans des situations de communication est consacrée d'abord à la maîtrise, au contrôle et à l'explication des actions, avant de poursuivre des objectifs de preuve du fait de la diversité des procédures et des démarches des élèves lorsqu'ils doivent résoudre un problème.

Enfin, il nous paraissait impossible de ne pas faire référence rapidement au rôle du langage dans le processus de conceptualisation en tant que but ultime de la construction des connaissances mathématiques (Vergnaud, 2011). Selon Vergnaud (1996), le concept est notamment défini par l'ensemble des formes langagières (et autres signes non langagiers) qui permettent de représenter symboliquement le concept, ses propriétés, les situations et les procédures de traitement c'est à dire le signifiant (Vergnaud, 1996). Vergnaud attire l'attention des

[1] Une situation adidactique est conçue par un professeur ayant une intention d'enseigner qui laisse une marge de manœuvre et d'initiative la plus grande possible.
[2] Une quatrième, l'institutionnalisation fera l'objet d'un ajout ultérieur.

enseignants qui ne doivent pas proposer ce passage à la nominalisation au risque de la perte de sens. Il est vrai qu'un enseignement traditionnel des mathématiques propose souvent une mise en mot avant tout, ce qui provoque des difficultés importantes pour des élèves ayant besoin de faire fonctionner les schèmes d'action nécessaires. Descaves (1992) va même quant à lui encore un peu plus loin en déclarant que c'est l'action qui crée des liens et donc qui permet l'élaboration du sens et la conceptualisation.

Enfin, manipuler c'est aussi prendre conscience de l'étendue de ses connaissances en mathématiques lorsqu'il s'agit de faire et non pas prioritairement de dire. En privilégiant l'action, on désacralise l'activité mathématique qui rime trop souvent avec inaccessibilité de ses savoirs et intolérance à l'erreur. Ceci légitime les expérimentations que nous menons dans des contextes de classe avec des élèves en difficulté scolaire, ce public étant particulièrement sensible à l'obstacle de la mise en mots dans la branche des mathématiques.

3. La verbalisation : un acte de langage

3.1. Place et rôle du langage en situation

Concevoir des situations d'enseignement des mathématiques qui privilégient un apprentissage par adaptation à un déséquilibre s'appuie sur un ancrage épistémologique indiscutable. On sait avec certitude que les connaissances scientifiques se construisent par le franchissement d'obstacles épistémologiques (Bachelard, 1938) qui nécessitent bien souvent la mise en œuvre d'espaces langagiers pour l'exercice du débat contradictoire propre aux disciplines scientifiques. Cette pratique du langage en situation d'apprentissage compte sur la capacité des individus à co-construire des conceptions valides par des débats, des argumentations et des preuves dans leurs confrontations au sujet d'un savoir de référence. Cependant, outre la nécessité de prendre en compte des dimensions relationnelles et affectives dans ce type de dispositif social, il faut bien reconnaître que les compétences langagières nécessaires à l'argumentation sont complexes et parfois à disposition d'une minorité d'élèves dans une classe. La spécificité de ce type d'interactions langagières augment encore lorsque l'on prend en compte la parole de l'enseignant dans un souci de contrôle ou d'étayage légitime (Giroux, 2004). Pour débattre et profiter du débat dans une classe de mathématiques, il est nécessaire de bénéficier d'un bagage linguistique à la fois général sur le plan syntaxique et très spécifique sur le plan lexical.

Comme on le sait depuis les travaux américains sur la théorie des signes (Morris, 1938) et l'arrivée de la pragmatique en tant que science du langage, on peut analyser le langage en tant qu'actes selon la théorie des *speech-acts* (Searle, 1969). Cette dimension de l'étude a révélé de nombreuses problématiques et notamment celle de la non transparence du langage dans des situations d'interactions et de communication ordinaire. Nous avons intégré ce type d'analyse dans le cas de situations de résolution de problèmes dans le contexte de l'enseignement spécialisé (Dias & Christinat, 2013) pour montrer par exemple les effets perlocutoires expliquant certains phénomènes d'incompréhension. Ainsi faut-il prendre en compte cette dimension dans toute étude portant sur la verbalisation en situation d'apprentissage.

3.2. Apprentissages sociaux et enjeux de la mise en mots

Comme nous le développerons ultérieurement, notre méthodologie de recherche consiste à observer des individus en situation d'apprentissages mathématiques lors de tâches dont la résolution revêt un caractère collaboratif déterminant. Ce choix permet de mettre en œuvre le conflit socio-cognitif et des interactions sociales et cognitives dissymétriques nécessaires dans le champ scientifique (Roux, 2003). Nous provoquons ainsi des rencontres qui déclenchent le partage des ressources nécessaires à la résolution de problèmes. Ce processus de mise à disposition des connaissances des uns et des autres à un groupe, postule des échanges langagiers sans lesquels la collaboration serait difficile voire inefficace. Dans ce type d'environnement didactique, les élèves construisent un réel partagé (Lelong, 2004) dans une intention contrôlée par la connaissance co-construite avec des pairs. La mise en mots des protagonistes est de ce fait un objet d'étude car nous postulons que son utilisation sera relativement spontanée du fait de la prégnance de la finalité d'un but à atteindre. Une équipe de collaborateurs réunis autour d'une tâche commune dont l'intérêt est partagé (dans notre cas la résolution d'un problème) à tendance selon nous à utiliser un langage spontané parfois non conventionnel ne passant pas par une série de filtres dus à un contrat didactique ordinaire. La verbalisation n'étant pas soumise systématiquement à la validation de l'enseignant, nous comptons sur sa richesse quantitative plus que sur sa capacité à respecter des conventions.

4. Confrontation à la contingence

4.1. Méthodologie

Dans notre devis de recherche, nous utilisons une méthodologie exploratoire basée sur un recueil de données utilisant principalement l'observation directe (Albarello, 2003) lors de la confrontation à la contingence de classes de degrés divers. Nous explorons également d'autres contextes d'apprentissages hors de l'école par exemple en situation de formation d'adultes voire même lors d'ateliers ludiques de type salon des jeux. Nous élaborons des séances didactiques bâties autour de tâches ayant d'abord fait l'objet d'une analyse didactique a priori. Sont repérés lors de cette phase les objectifs d'apprentissages visés, les notions mathématiques en jeu ainsi que les difficultés qui peuvent être anticipées en fonction des stratégies de résolution des problèmes posés. Nous prévoyons également une série de variables didactiques pour modifier au besoin le déroulement des tâches lors de leur mise en œuvre. Cette marge d'intervention nous paraît, en effet, nécessaire en termes d'adaptation et d'étayage. Nous utilisons pour cela un modèle d'analyse élaboré dans une recherche encore en cours (Dias, Sermier Dessemontet & Dénervaud, 2016). Ce dispositif d'étayage qui distingue plusieurs phases (aménagements préventifs puis interactions maître-élèves) nous permet notamment de prévoir les options didactiques et pédagogiques nécessaires au guidage et au contrôle du temps didactique au cours de la résolution des problèmes. Les données recueillies sont les échanges verbaux des différents protagonistes (sous forme de transcriptions) ainsi que les indices non-verbaux grâce à l'emploi de la vidéo.

4.2. Expérimentation

Dans le cadre de cet article, nous avons choisi de rendre compte de deux situations expérimentales spécifiques afin de présenter quelques résultats concernant la question de recherche à l'étude : la place de la verbalisation dans la mise en évidence des connaissances. Les deux contextes pour le recueil des données sont volontairement différents, alors que la tâche de résolution de problème est identique. Notre étude n'est pas à visée comparative, elle poursuit plutôt la recherche des invariants dans l'analyse des verbalisations dans une même situation d'apprentissage mathématique. Le premier recueil de données a été effectué dans une classe de développement proche de Lausanne. Le groupe d'élève observé était composé de 2 garçons et 3 filles ayant entre 10 et 13 ans environ. Ces élèves sont en situation de retard scolaire pour des raisons diverses, mais ne présentent pas de troubles spécifiques des apprentissages diagnostiqués. Ils fréquentent cette classe spécifique pour la majeure partie de leur temps scolaire du fait de leurs difficultés à suivre une classe ordinaire. Notre deuxième contexte de recueil de données est, quant à lui, très différent puisqu'il a eu lieu dans le cadre de la journée cantonale « Osons les métiers » (JOM) qui permet à des enfants de 10 à 13 ans d'expérimenter diverses situations professionnelles. A cette occasion, nous avons animé au sein de la Haut école pédagogique du canton de Vaud, un atelier intitulé « Apprentie chercheure, apprenti chercheur en mathématiques » destiné aux enfants des collaborateurs de notre institution. Parmi les 13 participants, un groupe de 4 filles était volontaire pour résoudre une situation problème en géométrie. Ce sont les échanges et interactions de ce groupe qui ont été enregistrés.

C'est donc la même situation d'apprentissage qui a été proposée aux deux groupes que nous avons choisi de présenter ici. Le problème confié aux participants comporte plusieurs étapes dans sa mise en œuvre. Il se déroule dans un environnement matériel à la fois spécifique et adapté (Serment & Dias, 2015). La première tâche consiste à construire un polyèdre d'assez grande dimension en utilisant un matériel dédié à la mise en évidence de propriétés géométriques particulières non habituelles. Contrairement aux pratiques conventionnelles dans ce domaine d'étude, on propose en effet de délaisser la notion de face au profit de celles de sommet et d'arête. C'est donc en utilisant des baguettes de bois de 1 mètre et des connecteurs plastiques pour les relier que les élèves doivent construire le ou les polyèdres demandés. Ce rapport différent aux objets géométriques que sont les solides, est également dû à la taille des objets construits qui sont très grands. Les participants peuvent néanmoins les déplacer, les retourner et peuvent même entrer à l'intérieur puisque ce ne sont que les squelettes des solides qui sont présents, ils ne sont pas obturés par les faces. Une fois la construction réalisée, la deuxième étape de la situation d'apprentissage consiste à utiliser le polyèdre pour répondre à une série d'interrogations distillées par l'enseignant (ou l'animateur de l'atelier). Les questions portent sur la possibilité de construire d'autres formes géométriques à l'intérieur du polyèdre en utilisant de la laine pour relier par exemple les sommets (Dias & Serment, à paraître).

4.3. Résultats

Un fort potentiel des situations à révéler des connaissances

Alors que les situations d'apprentissage en mathématiques ont une image de marque souvent négative à l'école (mathématiques anxiogènes, peur ou détestation des maths étant par exemple des thèmes qui restent d'actualité), l'un des résultats les plus invariants de nos différentes expérimentations est le fort potentiel de nos environnements d'apprentissage à révéler des connaissances (Dias, 2014). Que ce soient les actions menées dans les constructions diverses en géométrie spatiale, ou les interactions langagières qui sont produites en situation, force est de constater que c'est un véritable lieu d'exhibition des connaissances des protagonistes. Alors même que dans un bon nombre de nos observations en classe spécialisée ou en formation continue d'adultes enseignants par exemple, nous relevons une faible motivation envers les tâches mathématiques, la dévolution de nos propositions d'activités est très rapide. Le milieu matériel ainsi que la prédominance de l'action dans un premier temps, sont des facteurs qui permettent aux participants de laisser de côté au moins provisoirement leurs fausses conceptions de leurs connaissances. En assumant un manque de connaissances (très souvent exagéré) les actes sont comme facilités par une forme de naïveté qui résonne particulièrement avec le degré d'ouverture assez important de nos situations qui ne consistent pas à trouver une seule solution d'après une consigne. Il est dès lors très facile pour l'intervenant ou l'enseignant de faire remarquer aux participants que chaque acte dédié à la résolution témoigne d'une connaissance acquise. C'est la verbalisation qui sert ici de média pour la révélation.

Dans l'expérience menée avec les élèves de la classe de développement, ce sont les relances de type méta-cognitives utilisées par l'enseignant qui permettent la conscientisation progressive de leurs connaissances. Nous notons à cette occasion que c'est la mise en mots des savoirs par l'enseignant qui permet la prise de conscience des élèves. Ainsi les notions de perpendicularité, par exemple, sont exprimées par l'enseignant qui fait remarquer aux élèves que c'est une propriété qu'ils ont pris en compte dans leur construction. Lors de l'atelier de pratique de la JOM, il y a peu de relances de l'animateur qui laisse beaucoup d'autonomie aux jeunes filles dans leur rencontre avec les objets mathématiques. Très rapidement dans l'activité, l'une d'elle demande aux autres si « elles sont bonnes en maths » témoignant de manière très explicite et décomplexée de ses propres difficultés. C'est pourtant cette même élève qui va s'avérer très utile au groupe tout au long de la séance pour trouver des solutions aux problèmes rencontrés, ce qui lui permettra de prendre finalement conscience de ses connaissances de manière relativement autonome.

Notre hypothèse qui concerne l'enjeu de la collaboration dans la construction des connaissances au sein de nos situations semble partiellement validée. L'environnement de travail des élèves forge un climat adapté à la recherche et au partage des ressources. Mêmes si les échanges langagiers sont restreints comme nous le verrons plus loin, c'est leur potentiel à construire un sens commun à tous les protagonistes qui s'avère déterminant. Dans les deux corpus que nous utilisons ici, chaque participant trouve sa place dans le processus de résolution de problème quel que soit son apport de ressources : praxique ou lexicale. Toutes les formulations sont acceptées dans un premier temps, même s'il s'avère parfois qu'elles ne sont pas valides.

Un accès facilité aux représentations des objets

Comme nous l'avons évoqué lors du cadrage théorique de cet article, la délicate question de la représentation des objets de la géométrie est un sujet d'étude qui nous semble fondamental en situation d'apprentissage. Notre choix d'investigation dans le domaine de la géométrie dans l'espace peut paraître ambitieux du fait de la complexité des connaissances en jeu, mais il est délibéré. Nous pensons, en effet, que plus les représentations sont difficiles, plus les élèves sont créatifs dans leurs propositions et moins ils ont tendance à utiliser des signifiants stéréotypés. C'est la raison pour laquelle nous avons choisi de les confronter à des objets en trois dimensions de grande taille qui les obligent à rompre avec des représentations traditionnelles. L'analyse des corpus nous donne une formidable occasion d'avoir accès à ces représentations, et donc aux conceptions des objets de la géométrie qui sont les enjeux de l'activité. Le principal résultat dans ce domaine est la confirmation que l'environnement matériel spécifique que nous proposons dans nos situations d'apprentissage conduisent les élèves à une verbalisation de leurs conceptions. Concernant le cube par exemple, dans le corpus du groupe des filles de la journée JOM, on entend à plusieurs reprises au début de l'atelier qu'elles s'interrogent sur la pertinence du matériel qui leur est donné pour représenter cet objet. L'absence de toute chose plane semble leur rendre la tâche impossible. Elles cherchent manifestement à construire un solide fermé, représentation dominante dans leurs conceptions de cet objet géométrique dont elles connaissent manifestement certaines propriétés (forme et nombre de faces). L'emploi de baguettes de bois leur paraît conduire à une impasse, tant ces choses sont peu adaptées à la construction d'une surface plane. Avant d'assimiler progressivement que ces baguettes pourront servir à représenter le contour des faces (les côtés des polygones qui sont vides par nature), elles évoquent verbalement leurs interrogations en indiquant ainsi leurs conceptions de ce polyèdre spécifique. Elles en ont finalement une représentation qui se limite à celle du dé ou du jeu de construction qui est centrée sur une seule de ses composantes : le concept de face.

Une mise en mots difficile

Dans les deux expérimentations rapportées ici, l'analyse des transcriptions témoigne d'une mise en mots qui reste difficile pour les élèves, lexicalement limitée à l'emploi de quelques mots seulement, et syntaxiquement relativement pauvre (phrases courtes, onomatopées). Les interactions langagières de type spontanées (sans étayage de l'enseignant ou de l'animateur) sont destinées principalement à accompagner des gestes ou des choix techniques de construction, parfois à argumenter une proposition. L'emploi de déictiques est quasi permanent, les mots utilisés n'étant compréhensibles que par les partenaires de la communication. La désignation des connecteurs (les signifiants des objets théoriques que sont les sommets d'un polyèdre) se fait par l'emploi de pantonymes peu discriminants : truc, chose, machin, bidule. La désignation des arêtes du polyèdre se fait par l'emploi du mot [baguette], parfois de [bois], voire même d'[épée] dans certains contextes échappant au contrôle de l'animateur. Enfin, le concept de face n'étant représenté que par ses contours dans cet environnement matériel, il semble relativement absent des débats et ne fait l'objet au mieux que de gestes simulant les surfaces correspondantes. Il en est de même concernant les relations géométriques telles que le parallélisme, la perpendicularité ou l'isométrie des longueurs. D'une manière globale, et ce quel que soit le contexte de l'étude, les élèves ont des difficultés dans l'expression en situation ce qui est conforme aux propos de Vergnaud (2011) lorsqu'il évoque la question de la mise en mots des connaissances-en-actes :

> « La mise en mots des connaissances-en-acte est difficile. Leur organisation en systèmes théoriques, grâce à l'explicitation, au débat avec autrui et à la formalisation, est encore plus difficile » (Vergnaud, 2011, p. 289).

Il faut cependant noter que cette forme d'énonciation durant la communication n'engendre pas d'incompréhension majeure entre les locuteurs. La résolution du problème avance relativement bien, et les obstacles rencontrés trouvent à chaque fois des réponses. Il nous semble que ce sont les rétro-actions du milieu matériel et symbolique qui compensent cette absence de verbalisation discriminante. Les actions des participants fondent l'ossature des enjeux de la conceptualisation, même si elles ne représentent finalement qu'une faible part des informations présentes. Dans la verbalisation, la part est encore plus faible car les acteurs laissent à autrui la responsabilité et la charge de reconstituer le sens des messages à partir des bribes de signes qui sont exprimés. Entre acteurs et partenaires de la résolution, la verbalisation reste allusive et partielle des actes, elle ne sert pas spontanément l'expression d'une théorie. Sa participation à la conceptualisation des enjeux mathématiques est donc très relative et subordonnée à l'étayage langagier de l'enseignant (ou l'animateur).

Des interactions verbales limitées

Concernant la conceptualisation, l'analyse langagière des deux corpus montre que les interactions verbales sont peu significatives selon nous. Les temps de paroles sont courts par rapport à la durée de chaque séance enregistrée. De longs moments de silence sont, en effet, consacrés aux actions qui paraissent suffisantes dans la progression de la résolution du problème. On peut donc dire que la verbalisation ne sert pas spontanément un processus communicationnel. Les productions verbales sont souvent superposées et ne garantissent pas qu'il y ait une véritable situation de communication entre des émetteurs et des récepteurs. Quelques courts échanges relèvent cependant de moments de questionnement mutuels en regard de certains problèmes rencontrés, mais ils sont souvent limités à une question et une réponse, cette dernière se faisant d'ailleurs parfois en actes. Les plus rares interactions langagières destinées à un processus de preuve ou de validation sont la plupart du temps initiés par l'enseignant dans le corpus de la classe de développement. Dans le groupe de filles de la journée JOM, nous relevons quelques courts débats portant parfois sur des enjeux notionnels : isométrie des côtés d'un polygone, valeur d'un angle par exemples.

On relève cependant dans les deux corpus de véritables échanges dont les sujets peuvent être qualifiés de parallèles aux enjeux géométrique de la situation d'apprentissage. L'absence répétée de l'enseignant ou de l'animateur conduit les protagonistes à développer des sujets de conversation qui alimentent davantage le dispositif social du groupe. Le fait de partager une même tâche sans enjeu compétitif puisque c'est la collaboration qui est sollicitée, conduit en effet les participants à développer des relations saines et détendues qui les emmènent sur d'autres sujets d'échange. Cependant, il faut noter que le climat ainsi construit participe d'une forme culturelle de la recherche scientifique et qu'il n'est donc pas un obstacle aux acquisitions notionnelles.

Conclusion

La didactique des mathématiques préconise la mise en œuvre de situations d'apprentissages intégrant des phases dédiées aux pratiques langagières. Le but poursuivi est de permettre aux élèves de verbaliser leurs procédures, de prendre connaissances de la diversité des démarches et surtout d'argumenter leurs choix et leurs résultats dans un processus de débat contradictoire propre aux disciplines scientifiques. Avec un tel modèle on comprend la place fondamentale des échanges et des interactions qui sont autant de situations de communication engageant émetteurs et récepteurs dans une co-construction des connaissances. Cependant, on sait que les pratiques langagières effectives en classe de mathématiques restent limitées du fait des contraintes pédagogiques et des enjeux relationnels et affectifs qui font parfois passer au second plan la mise en mots des connaissances des protagonistes. Les expériences et les mises-en-actes étant insuffisantes, il est alors difficile d'assurer le contrôle de l'avancée du temps didactique.

Afin de développer des pratiques langagières en situation d'apprentissage en mathématiques, nous avons choisi pour notre part d'étudier les effets de la mise en place d'un environnement didactique spécifique. En choisissant d'ancrer notre projet dans des tâches problématiques de construction de polyèdres, nous faisons le pari de constituer un terreau propice à des verbalisations constructives : celui de l'expérience et de l'action préalable. En choisissant de viser la conceptualisation d'objets mathématiques dont la représentation est difficile, nous faisons de la mise en mots un partenaire nécessaire mais non suffisant. Nos résultats montrent à ce sujet que les verbalisations des élèves en situation d'apprentissage sont contextuelles et différenciées, mais porteuses de réels atouts dans les interactions didactiques qui concernent l'enseignant, les élèves et les savoirs en jeu.

Bibliographie

Albarello, L. (2003). *Apprendre à chercher: l'acteur social et la recherche scientifique*. Bruxelles : De Boeck Supérieur.

Bachelard, G. (1938). *La formation de l'esprit scientifique*. Paris : Vrin

Barwell, R., Clarkson, P., Halai, A., Kazima, M., Moschkovich, J., Planas, N., … Ubillús, M. V. (2015). *Mathematics education and language diversity: The 21st ICMI Study*. Paris : Springer.

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques: didactique des mathématiques 1970-1990*. Grenoble : La Pensée sauvage.

Descaves, A. (1992). *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes*. (S.l.) : Hachette Education.

Dias, T. (2014). Des mathématiques expérimentales pour révéler le potentiel de tous les élèves. *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, (1), 151‑161.

Dias, T., & Christinat, C. T. (2013). A linguistic analysis of the didactical environment in support of the scaffolding concept. Communication présentée à Eighth Congress of European

Research in Mathematics Education (CERME 8), Manavgat.

Dias, T., Sermier Dessemontet, R., & Dénervaud, S. (2016). Etayer les élèves à besoins particuliers dans la résolution de problèmes : un modèle d'analyse. *Math-Ecole*, *225*, 4‑9.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée (Vol. 5, pp. 37‑65). Communication présentée au Annales de didactique et de sciences cognitives, Estrasburgo.

Duval, R. (2014). Sémiosis, pensée humaine et activité mathématique. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas*, *6*.

Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*, *24*(2), 139‑162.

Giroux, J. (2004). Échanges langagiers et interactions de connaissances dans l'enseignement des mathématiques en classe d'adaptation scolaire. *Revue des sciences de l'éducation*, *30*(2), 303‑327.

Hanna, G., & de Villiers, M. (2012). *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI study*, *15*. (S.l.) : Springer Science & Business Media.

Lelong, P. (2004). Le réel et les concepts en mathématiques: une stratégie de création. Dans P. Cartier & N. Charraud, *Le réel en mathématiques*. Paris : Agalma.

Morris, C. W. (1938). *Foundations of the Theory of Signs*, *1*. Chicago : University of Chicago Press.

Piaget, J. (2002). Remarques sur l'éducation mathématique. *Math-Ecole*, *201*, 42‑47.

Roux, J.-P. (2003). Analyse interlocutoire, dynamiques interactives et étude des mécanismes des progrès cognitifs en situation asymétrique de résolution de problèmes. *L'orientation scolaire et professionnelle*, (32/3), 475-501.

Searle, J. R. (1969). *Speech acts: An essay in the philosophy of language*, *626*. Londres : Cambridge university press.

Serment, J., & Dias, T. (2015). Learning by doing : des maths pour tous à Londres. *Math-Ecole*, *222*, 28‑30.

Stylianides, A. J., Bieda, K. N., & Morselli, F. (2016). Proof and argumentation in mathematics education research. Dans *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education* (pp. 315‑351). Paris : Springer.

Vergnaud, G. (1991). Langage et pensée dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue française de pédagogie*, 79‑86.

Vergnaud, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. Dans *Didactique des mathématiques* (Brun, pp. 197‑242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

Vergnaud, G. (2011). Savoirs théoriques et savoirs d'action. Dans *Au fond de l'action, la conceptualisation* (pp. 275‑292). Paris : Presses Universitaires de France.

Vukovic, R. K., & Lesaux, N. K. (2013). The language of mathematics: Investigating the ways language counts for children's mathematical development. *Journal of Experimental Child Psychology*, *115*(2), 227‑244.