LE TEXTE QUI SUIT ABORDE LA QUESTION DE LA TRANSITION ENTRE LE SECONDAIRE I ET LE SECONDAIRE II. *PRISMES* A DÉJÀ TRAITÉ CETTE THÉMATIQUE DANS SON PREMIER NUMÉRO. NOUS AVIONS ALORS MIS EN ÉVIDENCE TROIS PÔLES ESSENTIELS TYPIQUES DES SITUATIONS DE TRANSITION EN MILIEUX SCOLAIRES: LES ASPECTS RELATIONNELS, LE CADRE SOCIAL ET LES QUESTIONS LIÉES À LA DIDACTIQUE. C'EST CLAIREMENT DANS LE CHAMP DE CE TROISIÈME POINT QUE LES DEUX AUTEURS DE CET ARTICLE S'INTERROGENT SUR LA TRANSITION EN MATHÉMATIQUES. STÉPHANE CLIVAZ ET MICHEL DERUAZ SONT ENSEIGNANTS ET FORMATEURS À LA HEP VAUD. LE PREMIER FORME À L'ENSEIGNEMENT DES MATHS AU SECONDAIRE I ET ENSEIGNE AU COLLÈGE DE L'ELYSÉE. LE SECOND DONNE DES COURS DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES AU SECONDAIRE II ET ENSEIGNE AU GYMNASE DE NYON. ILS PARTAGENT LE MÊME BUREAU À LA HEP ET CETTE PROXIMITÉ EST L'OCCASION DE NOMBREUX DIALOGUES AU SUJET DE LA TRANSITION EN MATHÉMATIQUES. LE TEXTE QUI SUIT EST UNE RECONSTITUTION, INÉVITABLEMENT RÉDUCTRICE, D'UNE DE CES CONVERSATIONS. CET ARTICLE, PAR SA FORME VIVANTE, EST UN MOMENT DE RÉFLEXION SUR CETTE QUESTION, QUI, NOUS L'ESPÉRONS, SERA SUIVI PAR D'AUTRES APPROFONDISSEMENTS.

TRANSITION SECONDAIRE I – SECONDAIRE II EN MATHS : UN DIALOGUE

Michel Deruaz – Le niveau baisse, cette affirmation est vieille comme le monde ou presque. On peut probablement la faire coïncider avec les débuts de l'enseignement puisqu'on la retrouve déjà chez Platon. Je suis donc bien conscient que si je veux discourir dans cette direction, il me faudra un peu argumenter pour que l'on m'écoute. Depuis quelques années, certains gymnases font passer aux élèves qui arrivent en première année un test[1] pour évaluer leur niveau. A la lecture des résultats de ce test, les impressions que j'ai en classe sont vérifiées; un certain nombre d'élèves arrive sans peine à répondre aux question posées. Je regrette même, pour une partie d'entre eux, qu'ils se trouvent en niveau standard, ils progresseraient certainement mieux en niveau renforcé, plus stimulant pour ceux qui ont de la facilité. Malheureusement d'autres, trop nombreux pour que l'on n'en parle pas et pour lesquels je m'inquiète beaucoup, ont de grandes difficultés lorsqu'ils doivent résoudre des exercices qui font intervenir un petit peu de calcul algébrique. Les exigences minimales ont-elles baissé sur ces points précis au secondaire I ?

Stéphane Clivaz – Sans remonter à Platon, je sais que, lors de ma première séance de coordination entre collège et gymnase il y a presque quinze ans, ce type de constatations était déjà à l'ordre du jour… De plus, en ce qui concerne le plan d'études du secondaire I, les exigences n'ont pas baissé. Certes la section scientifique a disparu, ce n'est d'ailleurs pas une décision du secondaire I, mais pour le cours *de base* les compétences à acquérir en fin de neuvième sont sensiblement les mêmes qu'en 1991. Ainsi, si tu le veux bien, parlons plutôt d'un niveau qui serait insuffisant plutôt que d'un niveau qui baisse. Prenons quelques exemples afin de voir si mes impressions de fin de neuvième correspondent à tes observations de début du secondaire II. Cela nous permettra peut-être de mieux comprendre certains écarts et de travailler à les combler…

Michel Deruaz – Pour commencer, ce n'est malheureusement pas parce que le niveau baissait déjà il y a une quinzaine d'années qu'il ne peut plus baisser aujourd'hui! Si les exigences n'ont pas baissé au secondaire I, comment expliques-tu les résultats qui suivent. Lors du test que nous avons fait passer dans des classes de première année de l'école de Maturité, nous arrivons à un taux de réussite moyen inférieur à 50% pour les équations qui suivent :

$4x + 5 = x - 1$

$x(3x - 6) = 0$

$x^2 + 4x + 4 = 0$

$x^2 - 2x = 3 \quad \begin{cases} -x + y = 3 \\ 3x - y = -5 \end{cases}$

Je pense que tu conviendras volontiers avec moi qu'il est difficile d'atteindre les objectifs du programme avec des élèves qui ont de telles difficultés qui existent depuis longtemps, c'est vrai. Ce qui est inquiétant, c'est leur fréquence qui me semble de plus en plus élevée!

Stéphane Clivaz – Bigre ! Je pense que tout prof de 9VSB obtenant de tels résultats serait complètement catastrophé ! De telles équations sont des éléments de base de la 8-9VSB. Je cite le PEV[2]: *Résoudre une équation du premier degré (8VSG-VSB, 9VSO), du deuxième degré (9VSG-VSB).*

De même, je pourrais citer beaucoup d'exercices permettant de travailler ces compétences dans les nouveaux moyens d'enseignement romands *Mathématiques 7-8-9*[3]. Alors, comment expliquer de tels résultats qui, effectivement interrogent le secondaire I ? Il me semble d'abord qu'il est aujourd'hui plus facile d'obtenir son

certificat en ayant presque complètement laissé tomber une discipline. Une partie des élèves qui reçoivent leur certificat ont déjà, à ce moment-là, des résultats insuffisants en maths. Contrairement à ce qui se passait au début d'EVM, on peut obtenir automatiquement son certificat, même avec un 1,75 de maths ! On a peut-être voulu ainsi diminuer le nombre de redoublements, mais sans instituer des mesures d'aide immédiates et massives pour les élèves en difficulté dans une discipline. Ces constatations n'expliquent probablement pas tout.

Il y a visiblement une déperdition entre la fin de la 9e et le début du gymnase. *L'effet vacances* peut certainement être invoqué, mais si ces notions semblent acquises en fin de 9e, et qu'elles ne sont plus spontanément mobilisables trois mois plus tard, cela met en cause la solidité de leur acquisition en fin de 9e ! Il y a donc un gros travail à revoir pour véritablement atteindre les objectifs du PEV ! Au vu des quelques observations que j'ai pu faire, je ne pense pas que le calcul algébrique ne soit pas assez entraîné. Par contre il n'est probablement pas assez utilisé et les élèves manquent de recul sur cet outil en arrivant au gymnase.

Michel Deruaz – Je peux bien entendre ce dernier argument pour le calcul algébrique, mais les résultats sont analogues en observant d'autres chapitres qui sont eux travaillés depuis la 7e. Par exemple, pour le calcul avec des fractions, lors du même test nous avons observé un taux de réussite moyen d'à peine 50% aux questions ci-dessous pourtant élémentaires :

$\frac{3}{5} + \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2}\right) =$ $\qquad \frac{25}{9} \cdot \frac{27}{35} \cdot \frac{18}{4} =$ $\qquad \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 =$

Stéphane Clivaz – Là, je suis presque moins surpris. Les fractions sont un sujet délicat à faire passer, ou plus précisément une notion difficile à implanter durablement chez les élèves. Dans notre culture européenne continentale, le calcul fractionnaire est peu utilisé au quotidien. La représentation décimale est suffisante pour presque tous les usages. Ainsi, lorsqu'en 7e les fractions sont véritablement étudiées, et que surtout on effectue des opérations, on observe des obstacles chez les élèves. Mais on remarque surtout de grandes difficultés dans les moyens d'enseignement et pour leurs utilisateurs à trouver des situations dans lesquelles ces opérations avec les fractions puissent être vraiment utilisées et entraînées. De fait, la plupart du temps, on se borne à des séries d'exercices de drill et à quelques petits problèmes dans lesquels l'utilisation des fractions n'a pas toujours beaucoup de sens. De cette manière, les élèves sont certes capables d'effectuer en fin de chapitre les calculs que tu mentionnes. Néanmoins, il est indispensable d'effectuer un bref rappel à chaque réapparition du calcul fractionnaire. Je dirais même que, pour ce qui concerne le secondaire I, on pourrait presque se passer des fractions !

Michel Deruaz – Je m'en rends bien compte. Je soupçonne même que dans certaines circonstances, par souci d'efficacité à court terme, on se contente, pour ce type de chapitre, tant au secondaire I qu'au secondaire II, de moins que le minimum. De plus, l'introduction de la calculatrice a rendu le calcul à l'aide des décimaux plus convivial. Les fractions ont ainsi perdu leur attractivité pour le calcul numérique. C'est peut-être aussi le moment de signaler que, si les lacunes avec le calcul des fractions datent déjà de quelques années, nous observons aujourd'hui des difficultés à manipuler les nombres négatifs, surtout lorsqu'il faut les substituer à une lettre. L'ordre des opérations n'est alors pas maîtrisé et peut-être que les anciens modèles de calculatrices ne sont pas totalement étrangers à ces difficultés. Je pense, mais je reconnais que cela ne doit pas toujours être facile, qu'il est de la responsabilité du secondaire I de travailler dans une perspective à long terme. De ce point de vue, et pour en revenir aux fractions, on imagine facilement quelles peuvent être les difficultés d'un élève qui ne maîtrise pas les fractions numériques lorsqu'il doit passer aux fractions littérales. Il me semble, par exemple, et sans vouloir donner de leçons, que l'on peut maintenir éveillé le calcul avec les fractions, en en introduisant dans les exercices qui concernent d'autres chapitres comme, par exemple, le calcul algébrique dont nous venons de parler. Après une première phase d'introduction des concepts et des formules qui leur sont associés, il me paraît tout à fait envisageable de glisser quelques cœfficients fractionnaires dans les énoncés.

Stéphane Clivaz – Je suis de ton avis sur le fait de reprendre plusieurs fois un même sujet, même si c'est parfois quelque peu artificiel, que ce soit pour l'entraîner, comme pour le calcul fractionnaire, ou pour le développer, comme dans le cas des formules de calcul littéral. C'est d'ailleurs ce qui est demandé par le plan d'études et ce qui est permis par les moyens d'enseignement *Mathématiques 7-8-9.* Ces ouvrages suivent l'élève durant trois ans et permettent de revenir plusieurs fois sur un même problème avec des outils de plus en plus performants, des outils qui permettent de résoudre ce problème de plus en plus simplement. C'est également le cas en géométrie où l'on passe de la construction de figures à la description de leurs propriétés et à la construction de raisonnements et de démonstrations, en particulier dans une série de problèmes intitulée « de l'observation à la déduction ».

Michel Deruaz – Ce sujet est délicat. Il faut faire attention à ne pas réduire la démonstration à l'énumération d'une suite d'arguments observés sur une figure ou ailleurs. Pour démontrer, il faut être capable d'isoler des hypothèses et une conclusion et de reconstruire le cheminement déductif qui permet de passer de ces hypothèses à cette conclusion. Il s'agit là de l'essence même des mathématiques. Il ne suffit pas de renverser la boîte du puzzle sur la table et d'aligner les pièces sur celle-ci pour être considéré comme un expert en puzzle ! Des cheminements de ce type peuvent alors être utilisés par les élèves dans d'autres contextes. C'est possible bien évidemment dans le cours de mathématiques, par exemple pour mettre en place des stratégies efficaces et systématiques pour résoudre des problèmes, mais aussi et surtout hors du contexte mathématique pour tenir un discours argumentatif cohérent, que ce soit à l'école ou à l'extérieur de celle-ci.

Stéphane Clivaz – Il y a là un évident changement dans l'enseignement de la géométrie hypothético-déductive. Ceci se marque en particulier dans le renouvellement des manuels de géométrie. La construction axiomatique tentée à l'époque de l'usage du livre de Delessert[4] n'est plus faite aujourd'hui. Nous avons constaté que les élèves avaient de grosses difficultés à observer les propriétés d'une figure avant de construire une véritable démonstration, ou, pour utiliser ta comparaison, à recueillir les pièces du puzzle avant de le reconstituer. C'est la raison pour laquelle nous mettons beaucoup d'attention à construire ce passage de l'observation à la déduction, en particulier en faisant découvrir des propriétés non évidentes et pouvant donner l'occasion d'un débat, d'une argumentation. Celle-ci doit devenir de plus en plus élaborée. Ceci se fait soit sur des démonstrations assez simples (triangles isométriques, triangles semblables, théorèmes métriques), soit sur des preuves plus complexes (double démonstration de lieux géométriques en option spécifique maths-physique). Je tiens d'ailleurs à signaler que des activités de ce type sont également présentes au secondaire I dans le domaine numérique ou algébrique !

Michel Deruaz – Personnellement, je regrette cette mutation. J'entends volontiers que les méthodes axiomatiques du Delessert n'étaient accessibles qu'à un trop petit nombre d'élèves mais je suis convaincu que, sur le fond, la démarche était la bonne pour des élèves à partir de 13-14 ans, en l'allégeant bien évidemment. D'autre part, il ne faut pas oublier qu'en mathématiques, le problème ou le contexte n'est souvent que le prétexte pour travailler la démarche. C'était le cas avec la géométrie axiomatique dont beaucoup n'ont pas voulu admettre l'importance pour la formation de l'esprit scientifique en raillant certains théorèmes inutiles ou évidents que l'on s'évertuait à démontrer. C'est aussi le cas avec l'étude des équations paramétriques qui, bien que leur utilité directe soit discutable, ont un rôle formateur essentiel au niveau de la démarche scientifique qu'elles permettent de travailler.

Stéphane Clivaz – Le choix a effectivement été fait de travailler le raisonnement déductif de plusieurs manières : activités de recherche, débats entre élèves, constructions de démonstrations… Ceci doit se faire dans plusieurs domaines et avec tous les élèves, au mieux des possibilités de chaque groupe. Cela dit nous devons donner aux élèves les plus avancés la possibilité d'aller encore plus loin dans le développement de leur capacité de raisonnement. Cela est fait d'une part, comme je le mentionnais, en option spécifique sur les lieux géométriques ou sur les équations paramétriques. Cela devrait être fait d'autre part en différenciant les activités proposées et en poussant certains élèves à aller plus loin dans la rigueur de l'argumentation. A ce propos les moyens 7-8-9e comprennent plusieurs activités très stimulantes.

Cependant cette gestion différenciée de l'enseignement, en particulier pour les élèves les plus demandeurs, est d'une utilisation complexe !

De fait, j'ai beaucoup répondu à tes remarques en invoquant les contenus du plan d'études et des moyens d'enseignement, alors qu'en fait, ce qui importe c'est ce qui se passe effectivement dans les classes ! Le problème, c'est que nous avons fort peu d'informations à ce sujet. Le suivi scientifique de l'introduction des nouveaux moyens[5] s'est arrêté pour l'heure en 4e. Il me semble donc indispensable que des recherches soient conduites pour savoir comment les mathématiques sont enseignées dans les degrés suivants.

Michel Deruaz – Je ne peux que partager ton avis sur ce dernier point, au secondaire I comme au secondaire II. Je pense que les résultats d'une telle recherche nous permettraient, à nous, formateurs, de mieux préparer nos étudiants à ce qui les attend sur le terrain. Il faut toutefois être attentif à une chose: si l'on veut que cette démarche soit comprise et acceptée par les enseignants, donc utile et utilisable, il ne faut en aucun cas qu'elle puisse être confondue avec un quelconque processus de contrôle, peut-être lui aussi nécessaire mais fondamentalement différent tant dans son approche que dans ses objectifs.

Stéphane Clivaz – Pour conclure, il semblerait donc que nous soyons d'accords sur les objectifs à atteindre, sur l'état insatisfaisant de la situation et sur les causes structurelles.

Michel Deruaz – Nous commençons par contre à diverger sur celles qui sont propres à l'enseignement des mathématiques, et donc sur les remèdes. Ce n'est qu'en connaissant mieux les pratiques en classes, ainsi qu'en encourageant le dialogue entre les divers acteurs, qu'on pourra améliorer la situation actuelle. Par exemple, le gymnase de Nyon, comme d'autres, organise régulièrement des rencontres décentralisées entre maîtres de maths de la région. De telles rencontres pourraient déboucher sur la constitution de véritables groupes de travail…

Stéphane Clivaz
Professeur formateur à la HEP et enseignant au secondaire I
Michel Deruaz
Professeur formateur à la HEP et enseignant au secondaire II

1 Un test d'entrée est effectué dans certains gymnases pour évaluer les compétences techniques des élèves en mathématiques en début de première année. Il a lieu, en principe dans toutes les classes, lors de la première semaine de cours, sans être annoncé. Il est ensuite corrigé et rendu aux élèves. Ce test permet donc aux élèves de prendre conscience de la nécessité éventuelle de combler leurs lacunes, par exemple lors de cours d'appuis facultatifs proposés par certains gymnases. Il permet aussi aux maîtres de reprendre certains chapitres. Ce test ne compte donc pas dans la moyenne de l'élève, il n'est que très partiellement représentatif du programme du secondaire I et du secondaire II. Il ne prétend pas non plus être une mesure *scientifique* du niveau des élèves, toutefois il révèle certains symptômes dont nous discutons ici et qu'il serait souhaitable d'étudier plus finement.

2 Plan d'édudes vaudois. (2006) DFJ/DGEO. disponible sur http://www.vd.ch/fr/themes/formation/scolarite-obligatoire/plan-detude-vaudois/ partie 7-9, 15.5.

3 Brêchet, M., Calame, J.-A., & Chastellain, M. (2003). *Mathématiques 7-8-9.* Lausanne : CIIP-LEP

4 Delessert, A. (1960). *Géométrie plane.* Lausanne : SPES.

5 Voir l'article de Chantal Tièche Christinat dans ce numéro de *Prismes.*