LES FRACTIONS, QUELLE COHABITATION ENTRE CONCEPTIONS INTUITIVES ET CONNAISSANCES SCOLAIRES CHEZ LES FUTURS ENSEIGNANTS ?

Chloé LEMRICH
Doctorante, HEP-VAUD
UER MS
chloe.lemrich@hepl.ch

Marie-Line GARDES
Professeure ordinaire, HEP-VAUD
UER MS
marie-line.gardes@hepl.ch

Emmanuel SANDER
Professeur ordinaire, UNIVERSITE DE GENEVE
Laboratoire IDEA
emmanuel.sander@unige.ch

Résumé
Dans le cadre d'un projet de recherche doctoral, un questionnaire ainsi que des grilles d'analyse pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions ont été conçus puis proposés à des enseignants en formation. Dans cet article, nous présentons le processus de création du questionnaire et des grilles d'analyse en nous appuyant sur des registres de représentation, différentes interprétations des fractions et la mobilisation, ou non, de la fraction supérieure à 1 pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Les apports et les limites des outils présentés sont discutés. Les fractions *partie d'un tout* et *quotient* s'avérant les plus mobilisées, l'atelier a intégré une réflexion sur la prise en compte de ces résultats.

L'atelier proposé présente un questionnaire conçu dans le cadre d'une recherche doctorale pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions à travers des registres de représentation (Adjiage & Pluvinage, 2007; Marmur et al., 2020), différentes interprétations des fractions (Kieren, 1976; Behr et al., 1983), le contexte dans lequel sont utilisées certaines fractions et la reconnaissance des fractions supérieures à 1. L'objectif de cet atelier était dans un premier temps de partager le questionnaire et les outils créés pour cette recherche afin de permettre aux participants[1] d'identifier des manifestations de différentes conceptions à travers notamment les interprétations et les registres de représentation, puis de présenter les résultats de la recherche afin de conduire des discussions collectives sur cette question.

Pour rendre compte de l'activité de cet atelier, cette contribution comprend quatre parties. Dans la première, nous détaillons des apports théoriques en lien avec les travaux sur lesquels s'appuie notre recherche. Dans la deuxième, nous présentons le questionnaire et les grilles d'analyse et rendons compte des échanges tenus par les participants à leur sujet. Dans la troisième partie, nous présentons les résultats de la recherche et discutons de ceux-ci avec les participants à l'atelier. En conclusion et dernière partie, nous discutons de quelques perspectives pour cette recherche.

[1] Dans le but de rendre la lecture plus fluide, nous évitons d'adopter une écriture inclusive dans ce texte. En aucun cas cette décision révèle un quelconque rapport de genres ; tous les termes écrits par défaut au masculin englobent les deux genres.

I - APPUIS THÉORIQUES

Dans cette partie, nous présentons les fondements théoriques sur lesquels se fonde notre recherche. Nous commençons par présenter les différentes interprétations constitutives du concept de fraction (Kieren, 1976) ainsi que les différents registres de représentation (Adjiage & Pluvinage, 2007; Marmur et al., 2020) permettant de représenter des fractions dans le but ensuite d'identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Pour caractériser les conceptions intuitives, nous articulons des travaux de recherche venant de la psychologie du développement cognitif, qui se focalisent davantage sur la construction des conceptions intuitives en lien avec la vie quotidienne, ainsi que ceux venant de la didactique des mathématiques se concentrant plus sur la manifestation de celles-ci en situation. Ainsi, à la fin de cette partie, nous présentons notre question de recherche et notre hypothèse qui a comme visée de caractériser les conceptions intuitives.

1 Interprétations et registres de représentation de fractions

De nombreuses recherches ont montré que l'apprentissage des fractions est un sujet difficile à l'école primaire et au-delà (Coulange & Train, 2018; Douady & Perrin, 1986; Lortie-Forgues et al., 2015; Perrin-Glorian, 1985). Il peut s'avérer laborieux d'une part parce que les apprenants peinent à faire des liens entre différentes situations impliquant des fractions, d'autre part parce qu'il existe un grand nombre de représentations mobilisables pour évoquer une même fraction (Kieren, 1993; Lamon, 2006). Kieren (1976), puis Behr et ses collègues (1983) ou encore Charalambous et Pitta-Pantazi (2007) ont montré que les fractions constituent un concept plurivoque, pour lequel un ensemble de cinq interprétations (aussi dits sous-construits ou aspects) interdépendantes a été identifié : la fraction vue comme *partie d'un tout* qui exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une ou plusieurs de ses parties, la fraction vue comme un *rapport* qui exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente, la fraction vue comme un *opérateur* qui opère sur un ensemble de manière multiplicative, la fraction vue comme un *quotient* qui exprime soit le résultat d'une division, soit le nombre a/b qui, multiplié par b donne a, et la fraction vue comme *mesure* qui exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure (cf. Tableau 1 et le Tableau 5 pour des exemples).

Partie d'un tout	Rapport	Opérateur	Quotient	Mesure
La fraction exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une/plusieurs de ses parties.	La fraction exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente.	La fraction opère sur un ensemble de manière multiplicative.	La fraction exprime le résultat d'une division. a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a.	La fraction exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure.

Tableau 1. Définition des interprétations des fractions

Ces auteurs indiquent que comprendre la notion de fraction nécessite de comprendre ces différentes interprétations, de les articuler entre elles et de les mobiliser en situation. En effet, chacune de ces interprétations a des spécificités qui rendent plus ou moins aisée la résolution d'un problème impliquant des fractions. Ainsi, sans l'interprétation *partie d'un tout*, il est difficile de comprendre le partage en parties égales, sans l'interprétation *mesure*, la densité des nombres rationnels est difficilement perceptible ou encore sans l'aspect *rapport*, il n'est pas évident de saisir la notion d'équivalence entre deux fractions. De plus, à l'intérieur d'une même interprétation, les fractions peuvent être représentées de différentes manières, à l'aide de différents signes. Ces signes, par exemple des mots, des nombres ou encore des représentations géométriques, permettent, selon Duval (2006) de rendre l'objet mathématique accessible à la conceptualisation. Duval appelle *représentation sémiotique* les représentations réalisées à l'aide de ces signes. Lorsque ces représentations partagent les mêmes signes, elles peuvent être combinées en un système, nommé *registre de représentation sémiotique*. Pour les fractions, Marmur et ses collègues (2020) ont distingué trois registres : le registre symbolique, le registre verbal et le registre visuel. Ainsi, le *registre symbolique* comprend les représentations réalisées à l'aide de signes mathématiques et d'écritures chiffrées. Les éléments du registre symbolique peuvent être mis en lien avec l'écriture fractionnaire, décimale et avec d'autres écritures. Dans le registre symbolique, la fraction $\frac{1}{2}$ peut-être $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{10}$ (écriture fractionnaire), 0,5 (écriture décimale) et 50%, ½ ou 1÷2 (autres écritures). Le *registre verbal* comprend les représentations constituées à l'aide de mots comme « la moitié », « un pour deux ». Le *registre visuel* comprend les représentations reposant sur des dessins ou des représentations iconiques. Par ailleurs, Adjiage et Pluvinage (2007) prêtent un statut particulier à la droite graduée et la distinguent du registre visuel, car la droite graduée permet selon eux de faire le lien entre les écritures fractionnaires et décimales. Ainsi, le *registre de la droite graduée* se trouve à la frontière entre le registre visuel, car il s'appuie sur « un dessin » d'une droite graduée et le registre symbolique avec des nombres (en écriture chiffrée) pour indiquer les graduations. Le Tableau 2 illustre chaque registre par des exemples.

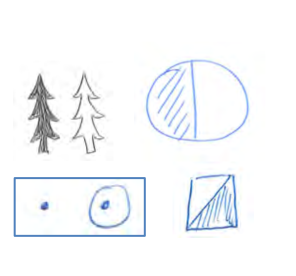
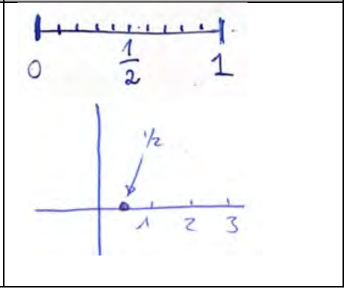
Registre symbolique	**Registre verbal**	**Registre visuel**	**Registre de la droite graduée**
Registre fractionnaire $\frac{5}{10}$ $\frac{2}{4}$	une demie		
Registre décimal 0,5	La moitié		
Autres écritures 1/2 50 %	« un sur deux »		

Tableau 2. Typologie des registres de représentation sémiotique des fractions

2 Conceptions intuitives

Dans ce travail, nous cherchons à identifier les conceptions intuitives sur les fractions. Pour définir ce qu'est une conception intuitive, il nous est apparu utile de nous appuyer tout d'abord sur les définitions de ces deux termes telles qu'elles apparaissent dans les dictionnaires, pour ensuite articuler les approches issues du champ de la psychologie cognitive et celles issues de la didactique des mathématiques. Ces deux champs proposant des définitions proches, mais avec chacun leur spécificité, nous souhaitions pouvoir les faire dialoguer.

Le *Trésor de la langue Française informatisé* (s. d.) définit les conceptions comme des idées ou des représentations, au sens large, générales ou particulières d'un objet. Toujours selon la même source, l'intuition, quant à elle, fait référence à une connaissance directe et immédiate qui se présente à la pensée avec la clarté d'une évidence qui servira de principe et de fondement à un raisonnement discursif.

Le champ de la psychologie du développement cognitif a articulé ces deux définitions. Il caractérise les conceptions intuitives en mathématiques comme un ensemble de principes et de représentations mentales. Ces principes guident l'interprétation des concepts mathématiques et le comportement lors de tâches mathématiques (Fischbein, 1987; Gvozdic & Sander, 2018; Sander, 2018). Ces auteurs précisent qu'elles sont construites par analogie, c'est-à-dire à l'aide d'un phénomène cognitif adaptatif fondé sur la référence au connu (connaissances issues de la vie quotidienne) pour appréhender la nouveauté (une nouvelle notion vue en classe par exemple). Elles influencent donc la construction d'un concept.

Tsamir & Tirosh (2008) ont montré que les conceptions intuitives ont un pouvoir explicatif et prédictif sur les performances des élèves, car elles permettent de prédire certaines réponses et d'expliquer certaines difficultés. Par exemple, Tsamir & Tirosh (2008) ont montré dans leurs travaux que le modèle intuitif majoritaire de la division, chez les élèves, et aussi chez les enseignants, est la division vue comme un partage (*division partition*) : un objet (ou une collection) est divisé en parties identiques et la question porte sur la taille de la part. Ainsi, avec cette conception, le diviseur est toujours un nombre entier, le dividende est plus grand que le diviseur, et aussi que le quotient. Cette conception intuitive limite les représentations possibles de la division et impacte la compréhension de la division des élèves et des enseignants en occultant notamment la *division quotition*, pour laquelle la recherche porte sur le nombre de fois qu'une grandeur est incluse dans une autre. D'autres travaux de Tsamir et ses collègues ont mis en évidence que lorsque des enseignants sont amenés à expliquer les erreurs commises par des élèves dans la résolution de problèmes divisifs, ceux-ci mentionnent principalement des erreurs liées à l'application d'algorithmes, mais rarement celles liées à des conceptions intuitives (Tirosh & Graeber, 1991; Tirosh, 2000; Tsamir et al., 2008). Ces recherches soulignent donc l'importance de prendre en compte l'influence générale des conceptions intuitives et d'évaluer leur impact sur la compréhension des élèves ainsi que de celle des enseignants.

Dans le champ de la didactique des mathématiques, Janvier (1985) définit une conception comme étant une construction mentale qui se construit à l'aide du raisonnement à partir de l'interaction d'une nouvelle expérience et d'un sujet avec ses connaissances antérieures. Pour (Brousseau, 1987) une conception permet de reconnaître, traiter et résoudre un ensemble de situations considérées comme comparables entre elles, car elles partagent des procédures et des connaissances fortement liées. Ainsi, une conception est une instance de la connaissance de l'apprenant en situation, caractérisée par un ensemble de problèmes sur lequel la conception est opératoire, un système de représentation, un ensemble d'opérateurs disponibles pour agir sur le problème et une structure de contrôle (Balacheff & Margolinas, 2003; Vadcard, 2000). Par conséquent, les conceptions sont étroitement dépendantes des caractéristiques mathématiques des situations, mais aussi des caractéristiques physiques du milieu instrumenté dans lequel les interactions entre l'élève et le milieu jouent un rôle déterminant. Par exemple, selon la conception, un cercle peut être vu comme un ensemble de points tous à la même distance d'un point donné ou alors comme une figure de courbure constante (Artigue & Robinet, 1982; Balacheff, 1995). De plus, les conceptions permettent de caractériser des états de connaissances des élèves à partir de l'observation de leurs comportements en situation de résolution de problème, mais aussi d'attester de conceptualisations pouvant paraitre contradictoires aux yeux d'un observateur, tout en étant cependant opératoires et pérennes (Vadcard, 2000). Elles permettent également de traiter de la même façon l'ensemble des productions des élèves, qu'elles soient correctes ou non, en considérant qu'elles sont la manifestation de la construction d'une connaissance (Soury-Lavergne et al., 2020). En effet, une production correcte peut montrer que l'élève a acquis des connaissances à ce moment-là. Cependant, la réussite peut être trompeuse quant aux connaissances réellement assimilées. Par exemple, un élève qui répond correctement que $\frac{1}{3}$ est plus petit que $\frac{4}{5}$ peut le faire en justifiant que $1 < 4$ et $3 < 5$, mais ce même élève pourrait penser à tort que $\frac{4}{5} < \frac{7}{8}$. En cas de réponse incorrecte, celle-ci permet d'identifier ce que sait l'élève, ce qu'il ne sait pas ou ce qu'il fait encore obstacle.

Dans cette recherche, nous articulons les approches de ces deux champs en les liant à la notion de fraction pour caractériser les conceptions intuitives qui interviennent. Nous faisons l'hypothèse que ces conceptions intuitives sont construites par analogie avec des connaissances issues de la vie quotidienne et qu'elles se manifestent en situation. Nous affirmons leur importance tant parce qu'elles donnent du sens à un concept et influencent sa construction que parce qu'elles sont incontournables, persistantes et permettent de prédire et d'expliquer les comportements d'un individu. Ainsi, pour décrire les conceptions intuitives sur les fractions, nous avons comme objectif de caractériser les situations où ces conceptions sont mobilisées en nous appuyant sur les interprétations, les représentations et la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1.

3 Question de recherche

L'objectif de notre recherche est d'identifier et de caractériser les conceptions intuitives sur les fractions d'enseignants en formation afin de mieux comprendre ce qui résiste à l'enseignement. Notre question est : *quelles sont les conceptions intuitives sur les fractions chez les enseignants en formation initiale ?* Nous allons caractériser ces conceptions selon les interprétations, les registres de représentation et la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1.

En nous appuyant sur divers travaux (Tirosh & Graeber, 1991; Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007; Gvozdic & Sander, 2018), nous faisons l'hypothèse que la conception intuitive dominante est la fraction vue comme partage (*partie d'un tout*), avec des fractions inférieures à 1 et représentées en priorité sous la forme de surface circulaire.

II - PRÉSENTATION DU QUESTIONNAIRE (DESCRIPTION) ET GRILLE D'ANALYSE

L'objectif de l'atelier proposé à la COPIRELEM était de partager et discuter du questionnaire et de nos résultats sur les conceptions intuitives des fractions de futurs enseignants du collège et du lycée. Ici, nous présenterons tout d'abord le questionnaire et les grilles d'analyse utilisées, puis nous témoignerons de l'activité et des discussions des participants lors des moments d'échange et d'étude. Les résultats sont présentés dans la partie suivante.

1 Description du questionnaire et des grilles d'analyse

Dans cette partie, nous présentons le questionnaire conçu pour identifier les conceptions intuitives sur les fractions d'enseignants en formation. Nous détaillerons chaque question et présenterons les catégories et indicateurs utilisés dans les grilles d'analyse.

Le questionnaire est composé de huit questions (cf. Tableau 3), proposées à tous dans le même ordre. Les participants reçoivent la consigne de ne pas revenir en arrière et d'y répondre le plus spontanément possible, avec la première idée qui leur vient à l'esprit. Le questionnaire est proposé sous forme papier afin de permettre d'inclure des illustrations par exemple.

Questions
1. Pour vous, qu'est-ce qu'une fraction ?
2. Donnez 4 exemples de fraction.
3. Représentez de quatre manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$.
4/5. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème.
6/7. Donnez le deuxième problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème.
8. Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ?

Tableau 3. Questionnaire élaboré pour l'étude

1.1 Pour vous, qu'est-ce qu'une fraction ? – question 1

La question 1 est conçue avec l'objectif d'identifier les interprétations, au sens de Kieren (1976), à travers les définitions que mentionnent les enseignants. Nous avons choisi de poser une question ouverte avec l'expression « pour vous » qui offre la possibilité d'évoquer sa propre définition de ce qu'est une fraction. Nous avons défini des indicateurs rendant les interprétations opérationnelles que nous souhaitons identifier pour pouvoir catégoriser les définitions propres des participants. Nous détaillons ci-dessous les indicateurs (cf. Tableau 4). L'articulation entre les définitions théoriques des interprétations présentées dans le Tableau 1 et les indicateurs est précisée dans l'Annexe 1.

Ainsi, pour être catégorisé comme *partie d'un tout*, il s'agit d'évoquer la notion de partage d'un tout, qui peut être un objet, un ensemble ou une collection d'objets par exemple, sans expliciter que le partage est en parts égales. Pour être catégorisé comme *rapport*, il s'agit d'évoquer la notion de rapport ou de proportion. Pour la notion d'*opérateur*, il s'agit de faire référence à la notion de fonction ou d'augmentation/réduction d'un ensemble. Pour le *quotient*, deux indicateurs permettent de définir cette interprétation, d'une part le résultat d'une division et d'autre part, un nombre, qui multiplié par b donne a. Notons que les réponses qui mentionnent l'idée de division (en tant qu'opération seulement) sont prises en compte dans cette catégorie, tout comme les réponses mentionnant que la fraction est simplement un nombre. Pour la *mesure*, il doit s'agir de la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure. Dans la catégorie *autre* se trouvent les réponses mentionnant uniquement l'écriture mathématique formelle, par exemple « $\frac{n}{m}, n, m \in \mathbb{Z}$ » (par exemple : une fraction est un moyen particulier d'écrire un nombre sous la forme $\frac{a}{b}$). Dans la catégorie *inclassable* se trouve l'ensemble des problèmes ne pouvant être encodés à l'aide des catégories ci-dessus, il s'agit par exemple de problèmes n'ayant pas besoin d'utiliser la fraction $\frac{3}{8}$ comme ce problème soustractif « Paul a 8 bonbons, il en mange 5, combien lui en reste-t-il » ou encore des problèmes incorrects d'un point de vue mathématique. Si plusieurs interprétations étaient mentionnées dans une réponse, alors celles-ci étaient toutes encodées.

Partie d'un tout	Notion de partage d'un tout (objet, unité, ensemble, etc.)
Rapport	Notion de proportion ou rapport
Opérateur	Notion de fonction, d'augmentation/réduction
Quotient	Résultat de la division d'une grandeur ou a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a
Mesure	Mesure d'une grandeur exprimée en fonction d'une unité de mesure
Autre	Écriture formelle (ou proche) $\left\{ \frac{a}{b} \middle| \begin{matrix} \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z}, \\ \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0} \end{matrix} \right\}$
Inclassable	Il s'agit de toutes les réponses n'entrant pas dans les catégories ci-dessus

Tableau 4. Indicateurs de la question 1

1.2 Donnez 4 exemples de fraction. – question 2

La question 2 est conçue avec l'objectif d'identifier la « taille » des fractions mentionnées (fraction plus petite que 1, fraction comprise entre 0 et 1, fraction supérieure à 1, et le « type » de fractions : unitaires, décimales. Quatre fractions différentes sont demandées afin d'analyser la variabilité des réponses.

1.3 Représentez de quatre manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$. – question 3

La question 3 est conçue avec l'objectif d'identifier les registres de représentation utilisés spontanément. Aucune information supplémentaire n'est donnée afin de laisser les enseignants en formation écrire ou dessiner ce qui leur vient à l'esprit en premier lieu. Il leur est demandé quatre représentations différentes afin d'identifier si différents registres sont utilisés.

Les réponses ont été encodées selon les registres de représentation suivants : registre symbolique, registre verbal, registre visuel et registre de la droite graduée (cf. Tableau 2). Pour être catégorisé dans le registre symbolique, $\frac{1}{2}$ doit être écrit à l'aide d'écritures chiffrées. Pour être classées dans le registre visuel, des représentations iconiques doivent apparaître. Pour être classé dans le registre verbal, $\frac{1}{2}$ doit être représenté à l'aide de mot(s). Pour être classée dans le registre de la droite graduée, une droite graduée doit être proposée avec des repères écrits avec des nombres. Ici aussi, une catégorie "inclassable" a été ajoutée pour les réponses qui ne sont pas pertinentes (par exemple, un dessin qui ne représente pas $\frac{1}{2}$) ou qui ne représentent pas la fraction $\frac{1}{2}$. La réponse est codée avec le nombre de fois où chaque registre a été mentionné (max. 4).

1.4 Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$. Proposez un corrigé pour ce problème. – Questions 4-5 et 6-7

Les questions 4-5 sont considérées ensemble, de même pour les questions 6-7. Elles sont conçues pour identifier les interprétations des fractions, au sens de Kieren (1976), évoquées en situation. La création de problèmes étant une tâche peu commune, les situations proposées devraient évoquer les interprétations des fractions qui sont les plus intuitives. Les thématiques des problèmes proposés sont aussi encodées afin d'identifier dans quel contexte les participants évoquent les fractions et si ce contexte facilite ou non la mobilisation de fractions supérieures à 1.

Comme il s'agit de créer un problème dont le résultat est $\frac{3}{8}$, les énoncés proposés ont été encodés selon les interprétations mobilisées. Comme pour la question 1, nous avons défini des indicateurs rendant ces interprétations opérationnelles. Pour être catégorisé comme *partie d'un tout*, le problème évoqué doit faire référence à un tout partagée en 8 et où 3 parties sont désignées : j'ai un tout, je le partage en 8, j'en 3 parties. Nous n'attendons pas que le partage en parts égales soit spécifié. Pour que le problème soit catégorisé comme un problème évoquant l'interprétation *rapport*, il s'agit de proposer un problème où il faut faire le rapport entre 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments d'un même ensemble ou d'un ensemble distinct. L'interprétation *opérateur* possède plusieurs indicateurs. Il s'agit d'un problème où soit une unité est multipliée par $\frac{3}{8}$, soit 3 unités sont multipliées par $\frac{1}{8}$. L'interprétation *quotient* repose sur deux indicateurs, les problèmes faisant appel à une division de 3 par 8 et les problèmes prenant 3 unités comme un tout partagé en 8. Pour qu'un problème soit catégorisé comme *mesure*, le problème doit faire référence à une unité qui est partagée en 8 puis reportée trois fois. Pour les problèmes n'évoquant aucun contexte spécifique et présentant uniquement des expressions mathématiques, la catégorie *sans contexte* a été créée. Il s'agit, par exemple de problèmes demandant de réduire des fractions (ex. réduis la fraction $\frac{6}{18}$) ou d'effectuer des opérations entre des fractions (ex. $\frac{5}{8} - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$). Pour la catégorie inclassable, il s'agit soit de problèmes aberrants sur le plan mathématique, soit de problème relevant d'autres notions que les fractions, comme la soustraction (ex. j'ai 8 parts de pizzas, j'en mange 5, combien en reste-t-il ? 8 – 5 = 3). Pour un résumé de ces indicateurs, se référer au Tableau 5. Une synthèse entre les définitions des interprétations et les indicateurs se trouve en Annexe I.

Nous avons également listé les thématiques des problèmes proposés selon le contexte : problème de pizza, de billes ou problème sans contexte par exemple. L'objectif est de déterminer le contexte dans lequel les participants abordent les fractions afin d'évaluer si ce contexte rend plus facile ou plus difficile l'utilisation de fractions supérieures à 1.

Partie d'un tout	J'ai un tout, je le partage en 8, j'en prends 3 parties
Rapport	Rapport de 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments du même ensemble/d'un ensemble distinct
Opérateur	Une unité multipliée par $\frac{3}{8}$; 3 unités multipliées par $\frac{1}{8}$
Quotient	3 divisé par 8 ou j'ai 3 unités que je partage en 8
Mesure	J'ai 1 unité, je la partage en 8, je reporte cette grandeur 3 fois.
Sans contexte	Situation sans contexte comme des situations d'équivalence, opération sur les fractions
Inclassable	Problèmes mathématiques faux ou problèmes de soustractions

Tableau 5. Indicateurs des questions 4-5

1.5 Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ? – question 8

La question 8 a été conçue pour évaluer les enseignants en formation sur leurs connaissances des fractions supérieures à 1 et repérer s'ils sont en mesure d'expliquer spontanément, en représentant ou en explicitant une situation par exemple, comment mobiliser une fraction supérieure à 1. Cette question ouverte ne fait délibérément pas référence aux fractions plus grandes que 1. Nous avons fait ce choix afin de ne pas suggérer que cette fraction pourrait différer des fractions précédentes et pour garantir une réponse aussi peu orientée que possible.

Pour cette question, deux catégories ont été construites. Pour que la réponse soit classée dans la catégorie *justification que* $\frac{6}{5}$ *est supérieure à* 1, la réponse doit comporter une explication mathématiquement correcte de ce qu'est $\frac{6}{5}$. La référence à une grandeur plus grande que 1 peut-être explicite, induite ou non. Les réponses donnant une justification non recevable mathématiquement ont été classées dans la catégorie *non-reconnaissance de l'existence de fractions supérieures à 1.*

2 Analyse et interprétation des données par les participants à l'atelier

Dans cette partie, nous détaillons l'activité et les discussions des participants durant les moments d'étude. Tout d'abord, nous présenterons leurs réactions et les échanges qui ont suivi face à leurs propres conceptions des fractions lorsqu'ils ont découvert le questionnaire. Puis, nous témoignerons de leur activité et discussion lorsqu'ils ont encodé et analysé les données d'un corpus de réponses[2] lors de trois moments d'étude distincts. Le premier moment d'étude a porté sur les questions 3 et 8 (identification des registres de représentation et de la mobilisation des fractions supérieures à 1), le deuxième moment sur la question 1 (interprétations dans la définition de ce qu'est une fraction) et le dernier moment sur la

[2] Il s'agit d'enseignants suisses en formation initiale pour devenir enseignant spécialiste au secondaire I et/ou II (c'est-à-dire collège et/ou lycée dans le système français). La population concernée est détaillée dans la partie « Résultats ».

question 4 (interprétations dans la création de problèmes). Seuls les résultats de la question 2 ont été présentés et les questions 5, 6 et 7 n'ont pas été abordées durant l'atelier. Les trois moments d'étude se sont déroulés en sous-groupes de quatre à six participants, les groupes sont restés les mêmes pour l'ensemble de l'atelier.

2.1 Découverte du questionnaire par les participants

Au début de l'atelier, avant la présentation du cadre de la recherche, il a été proposé aux participants de remplir l'entièreté du questionnaire par eux-mêmes (cf. Tableau 3), ils avaient à disposition une vingtaine de minutes. Hormis le titre et le descriptif de l'atelier, ils ne disposaient pas d'éléments supplémentaires sur la visée de l'étude. Ensuite, une fois les questionnaires complétés, il a été demandé aux participants de discuter de leurs réponses en cherchant à identifier des similitudes ou des différences entre leurs propres propositions et celles qu'ils imaginent des enseignants en formation.

La passation individuelle du questionnaire a semblé être un exercice peu confortable pour un certain nombre de participants qui ne savaient pas quoi répondre ou avaient le sentiment de manquer de contexte pour répondre. Les échanges en sous-groupes (de quatre à six participants) ont montré que les réponses pouvaient être multiples et qu'il était difficile d'être exhaustif. Les participants de l'atelier ont aussi cherché à connaître la visée de chaque question. Cela a permis de faire le lien avec la présentation du cadrage théorique, du questionnaire et des grilles d'analyse qui ont suivi.

2.2 Étude des questions 3 et 8 – identification des registres de représentation et de la mobilisation des fractions supérieures à 1

Après la présentation du cadrage théorique, du questionnaire et des grilles d'analyse, les participants ont été invités, en sous-groupes (de quatre à six participants), à effectuer, à l'aide des grilles d'analyses, le travail d'encodage et d'analyse des données provenant d'enseignants en formation. Le premier moment d'étude concernait les questions 3 et 8, c'est-à-dire l'identification des registres de représentation et la mobilisation des fractions supérieure à 1. Pour chaque question, une tâche était proposée.

Pour l'identification des registres de représentation, les participants avaient à leur disposition 12 extraits de réponses à la question 3 (cf. Figure 1, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2) qu'il leur était demandé de classer selon une grille d'analyse avec quatre colonnes : registre symbolique, visuel, verbal et de la droite graduée.

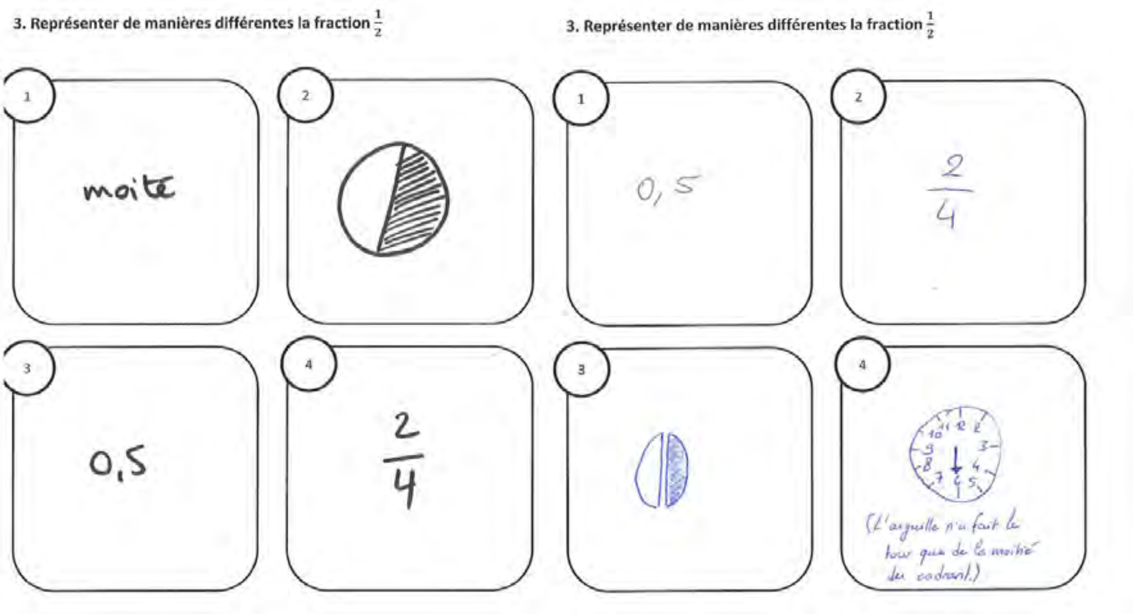


Figure 1. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 3

Les participants devaient, dans un premier temps, indiquer, à l'aide de la grille d'analyse, quel registre de représentation était évoqué et si la fraction supérieure à 1 était mobilisée. Puis, il leur était demandé de comparer les réponses effectives des enseignants en formation avec celles envisagées précédemment.

Lors des échanges qui ont suivi entre les participants à l'atelier, un grand nombre de représentations différentes a été relevé. Les participants ont noté que certains extraits proposaient une multiplicité de registres différents alors que d'autres étaient limités à un ou deux registres. À travers l'analyse du corpus de données, ce constat a été renforcé. Les participants ont toutefois été surpris que la bande unité et la droite graduée soient si peu présentes parmi les réponses des enseignants en formation. L'hypothèse peut être avancée que ce phénomène est lié à l'enseignement en Suisse. Cette question est discutée dans la partie III - 2.2.

Concernant la mobilisation de la fraction supérieure à 1, les participants disposaient de 14 extraits des réponses à la question 8 (cf. Figure 2, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Ils devaient indiquer sur le document d'analyse si la fraction supérieure à 1 était mobilisée ou non. Puis, il leur était demandé de comparer les réponses des enseignants en formation à celles imaginées.

Globalement, les résultats n'ont pas étonné les participants à l'atelier. Certains auraient souhaité pouvoir s'entretenir avec les enseignants en formation pour les libérer de l'écrit et avoir un accès plus précis à leur cheminement de pensée.

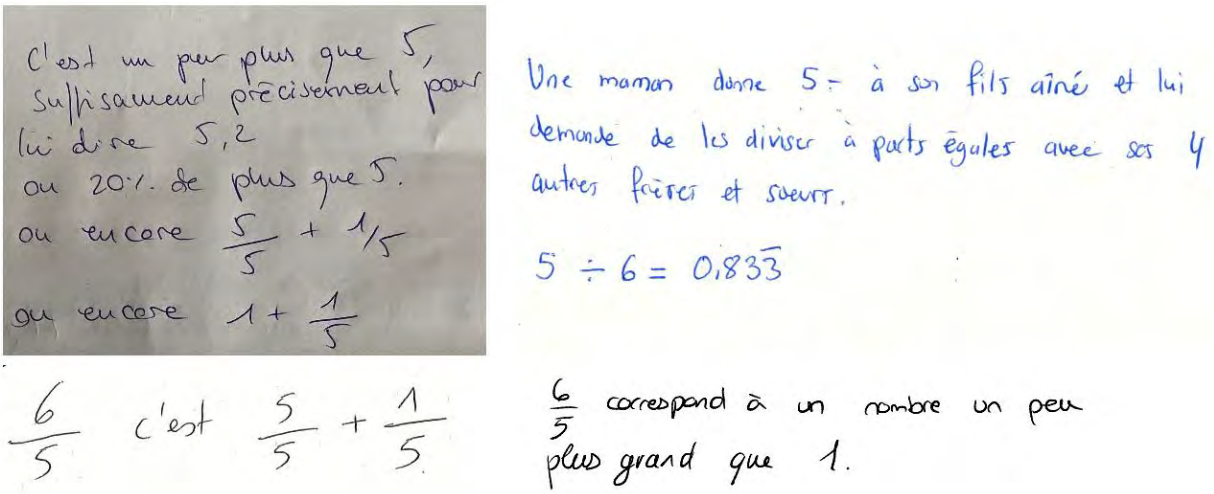


Figure 2. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 8

2.3 Étude de la question 1 – interprétations dans la définition de ce qu'est une fraction

Pour ce deuxième moment d'étude portant sur l'analyse des interprétations utilisées dans la définition d'une fraction, les participants à l'atelier disposaient de 12 extraits des réponses à la question 1 (cf. Figure 3, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Dans un premier temps, ils devaient catégoriser les réponses aux questions selon les indicateurs de la grille d'analyse (cf. Tableau 4). Après cela, il leur était demandé de réfléchir à la coïncidence de ces résultats avec les réponses des enseignants en formation telles qu'ils les avaient imaginées.

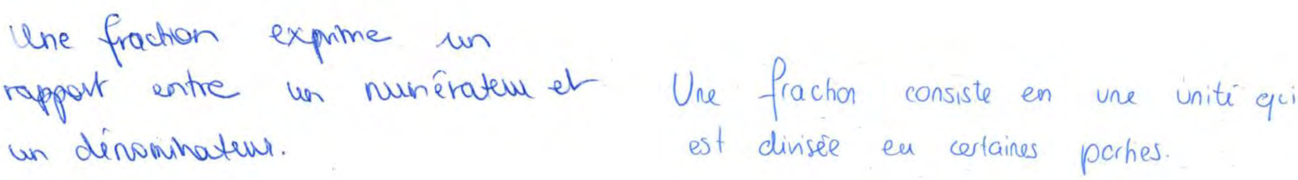
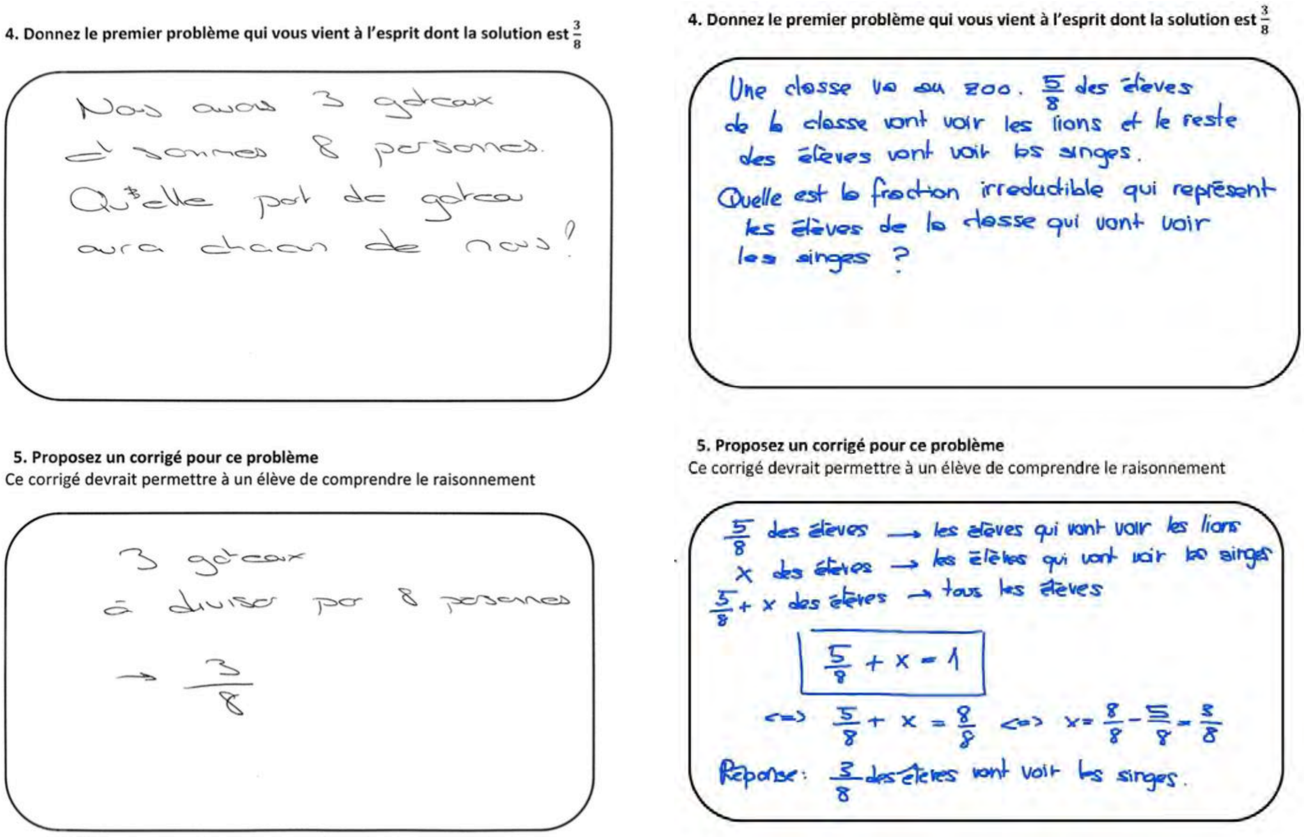


Figure 3. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 1

Durant ce travail en sous-groupes (de quatre à six participants), les participants se sont globalement questionnés sur le choix éclairé ou non des termes utilisés dans les définitions et des manières possibles de les catégoriser. Par exemple, si une définition mentionne le terme de *réduction*, cela est-il à mettre en lien avec la notion de rapport et donc l'interprétation *rapport* ou cela fait-il plutôt écho au fait qu'appliquer une fraction est supposé rendre plus petit, ou que les fractions sont considérées comme toujours plus petites que 1 ?

2.4 Étude des questions 4-5 – interprétations dans la création de problèmes

Pour ce troisième moment d'étude, il s'agissait d'analyser les interprétations utilisées dans la création de problèmes. Les participants à l'atelier disposaient de 19 extraits des réponses aux questions 4 et 5 à leur disposition (cf. Figure 4, le reste des extraits se trouvent en Annexe 2). Ils devaient, comme pour l'étude de la question 1, catégoriser les réponses selon les indicateurs de la grille d'analyse. Après cela, il leur était demandé de réfléchir à la cohérence de ces résultats, avec les réponses des enseignants en formation qu'ils avaient imaginées.



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Nous avons 3 gâteaux à donner à 8 personnes. Qu'elle part de gâteau aura chacun de nous ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

3 gâteaux à diviser par 8 personnes
$\rightarrow \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Une classe va au zoo. $\frac{5}{8}$ des élèves de la classe vont voir les lions et le reste des élèves vont voir les singes.
Quelle est la fraction irréductible qui représent les élèves de la classe qui vont voir les singes ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$\frac{5}{8}$ des élèves $\rightarrow$ les élèves qui vont voir les lions
x des élèves $\rightarrow$ les élèves qui vont voir les singes
$\frac{5}{8} + x$ des élèves $\rightarrow$ tous les élèves

$\boxed{\frac{5}{8} + x = 1}$

$\Leftrightarrow \frac{5}{8} + x = \frac{8}{8} \Leftrightarrow x = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

Réponse : $\frac{3}{8}$ des élèves vont voir les singes.

Figure 4. Extraits de réponse d'enseignants en formation à la question 4-5

Durant ce travail en sous-groupes (de quatre à six participants), certains participants ont relevé leur difficulté à classer les problèmes uniquement en se basant sur l'écrit. Ils auraient aimé pouvoir discuter avec les enseignants pour saisir les intentions derrière leurs créations de problèmes. D'autres participants ont relevé qu'entre la donnée du problème proposé (question 4) et la proposition de correction de ce même problème (question 5), il serait vraisemblablement possible d'encoder selon deux interprétations différentes et que différents registres de représentation pouvaient être utilisés. Pour exemple, dans l'extrait de droite de la Figure 4, la donnée du problème relève de la partie d'un tout, alors que la proposition de correction est faite à l'aide d'opérations algébriques. Cet exemple a permis de discuter de la notion de conversion ou de transfert, au sens de Duval (2006b), à travers différents registres de représentation, et aussi de l'importance de réaliser des liens entre les interprétations possibles et de rendre attentifs les enseignants en formation à l'intérêt pédagogique de rendre visible pour les élèves et d'enseigner en tant que tel le passage d'une interprétation à une autre, tout comme d'un registre à un autre.

Dans le corpus de données, trois problèmes se sont avérés être des problèmes faisant appel à la soustraction. Par exemple *Marie possède en tout 8 pommes. Elle en donne 5 à son amie Laura. Combien de pommes lui reste-t-il à la fin ?* Les participants ont été interpellés par ces problèmes et par les conceptions sous-jacentes que la création de tels problèmes pouvait laisser supposer. Ils ont fait l'hypothèse qu'il est possible que cela soit signe de la conception que fractionner c'est réduire, et que réduire c'est soustraire. Certains auraient souhaité par ailleurs constituer pour ces problèmes une catégorie distincte et ne pas les assimiler aux autres problèmes *inclassables*.

III - PRÉSENTATION DES RÉSULTATS ET DISCUSSION

Dans cette partie, nous exposons les réponses au questionnaire d'enseignants en formation. Nous avons fait le choix de présenter ces résultats après les moments d'étude des participants afin de ne pas influencer leurs réflexions. Puis, une discussion générale sur les échanges des sous-groupes et sur les résultats de la recherche a eu lieu dans le but d'identifier les différentes conceptions évoquées par les futurs enseignants, de discuter de la grille d'analyse et de faire des liens avec la formation des enseignants et avec l'élaboration d'interventions en classe qui prennent appui sur les conceptions intuitives des élèves et visent à favoriser l'apprentissage des fractions.

1 Résultats

Les résultats présentés dans cet article ont été obtenus grâce à la collecte des données auprès de 122 enseignants en formation (68 femmes et 54 hommes) durant l'année académique 2022-2023. Il s'agit d'enseignants en formation initiale qui suivent une formation universitaire en vue d'une titularisation en Suisse romande. Ces futurs enseignants ont déjà un master disciplinaire, certains enseignent déjà. 54 d'entre eux souhaitent devenir enseignants au secondaire I (i.e. collège), 27 au secondaire II (i.e. lycée) et 42 se forment pour les deux niveaux. Ils enseigneront une ou deux matière(s) scolaire(s) comme l'allemand, la biologie, la musique ou les mathématiques (18) selon leur formation initiale.

1.1 Interprétations

Pour identifier les interprétations qui viennent spontanément à l'esprit des enseignants en formation, une première analyse a porté sur la proportion d'entre eux qui évoquait au moins une fois une des interprétations.

Concernant la question 1 portant sur la définition de la fraction, c'est l'interprétation *quotient* qui a été la plus mentionnée (57%), suivie de l'interprétation *partie d'un tout* (36%). Les autres indicateurs ont été peu évoqués (cf. Tableau 6).

Concernant les questions 4 et 5 portants sur la création d'un énoncé de problème dont la solution est $\frac{3}{8}$, c'est l'interprétation *partie d'un tout* qui est la plus fréquente (49%), suivie des catégories *sans contexte* (16%) évoquant des problèmes sans contexte et *inclassables* (16%), et de *quotient* (11%). Notons que 11% de l'ensemble des problèmes proposés sont des problèmes soustractifs (codés comme *inclassable)*. Les autres interprétations ne sont quasiment pas présentes (cf. Tableau 6).

Pour l'ensemble des données, les résultats des dix-huit enseignants en formation en mathématiques ont été analysés séparément. Leurs réponses étant proches de celles de l'ensemble des enseignants, elles n'ont pas été traitées indépendamment : pour la question 1, l'interprétation *quotient* est également la plus mentionnée (61%), suivie de l'interprétation *partie d'un tout* (22%) et pour les questions 4 et 5, il s'agit également de *partie d'un tout* (44%), suivi aussi des indicateurs *sans contexte* (17%) et *inclassables* (22%) et *quotient* (11%). Les autres interprétations sont rarement évoquées.

	Quotient	Opérateur	Mesure	Partie d'un tout	Rapport	Sans contexte	Inclassable
Question 1	57%	2%	0%	36%	11%	2%	7%
Questions 4-5	11%	2%	1%	49%	4%	16%	16%

Tableau 6. Pour chaque interprétation, proportion des réponses des enseignants en formation mentionnant au moins une fois cette interprétation

1.2 Registres de représentation

Pour identifier les registres de représentation qui sont spontanément utilisés lorsqu'il s'agit de proposer quatre représentations différentes de la fraction $\frac{1}{2}$, les représentations utilisées par les participants à la question 3 ont été codées selon les différents registres (cf. Tableau 7). 89% ont utilisé au moins une fois le registre symbolique pour représenter $\frac{1}{2}$ (66% ont utilisé l'écriture fractionnaire, 56% l'écriture décimale), 54% le registre visuel (l'intégralité d'entre eux a utilisé la surface circulaire comme représentation). Seuls 9% ont mentionné le registre verbal et 3% le registre de la droite graduée.

	Registre symbolique	Registre visuel	Registre verbal	Registre de la droite graduée
Question 3	89%	54%	9%	3%

Tableau 7. Pour chaque registre de représentation, proportion des réponses des enseignants en formation mentionnant au moins une fois ce registre

1.3 Mobilisation des fractions supérieures à 1

Pour caractériser la mobilisation ou non des fractions supérieures à 1, la taille des fractions données en réponse à la question 2 a été codée, ainsi que les réponses à la question 8 qui reconnaissaient ou non l'existence de fractions supérieures à 1. Enfin, les contextes des problèmes proposés selon les sémantiques choisies pour les questions 4-5 ont été distingués afin d'identifier si les contextes choisis facilitent ou non la mobilisation de fractions supérieures à 1.

Les résultats de la question 2 (cf. Tableau 8) montrent que 36% des enseignants en formation proposent au moins une fraction supérieure à 1, et que seulement 7% la proposent en premier. 97% proposent au moins une fraction entre 0 et 1 et parmi eux, 44% proposent l'ensemble des 4 fractions comprises uniquement entre 0 et 1.

Question 2	Au moins une réponse entre 0 et 1	97%
	4 réponses comprises entre 0 et 1	44%
	Au moins une réponse supérieure à 1	36%
	Première réponse supérieure à 1	7%
	4 réponses supérieures à 1	0%

Tableau 8. Pour chaque taille de fraction donnée, proportion des enseignants en formation qui la mentionnent au moins une fois

Les résultats de la question 8 (cf. Tableau 9) montrent que 5% des enseignants en formation donnent une justification non recevable mathématiquement, ne reconnaissant pas explicitement par ailleurs l'existence des fractions supérieures à 1 en ne faisant pas la différence entre $\frac{6}{5}$ et $\frac{5}{6}$ par exemple. Ainsi, 95% donnent une explication mathématiquement correcte de ce qu'est $\frac{6}{5}$. La référence à une grandeur plus grande que 1 peut-être explicite « c'est un peu plus que 1 » ou non « Je lui dirais probablement qu'il s'agit de la division de 6 par 5 ». Toutefois, les indicateurs choisis ne permettent pas de faire la différence entre les participants mentionnant explicitement la fraction supérieure à 1 et ceux qui la mobilisent sans y faire référence. Dans des études ultérieures, il serait utile de choisir des indicateurs plus détaillés.

Question 8	Explication que 6/5 est supérieure 1	95%
	Non-reconnaissance de l'existence de fractions supérieures à 1	5%

Tableau 9. Proportion des enseignants en formation qui reconnaissance l'existence des supérieures à 1.

La thématique choisie pour les problèmes des questions 4 et 5 montre que les aliments communément représentés sous formes circulaires comme les gâteaux (31%) ou les pizzas (7%) sont les plus cités (au total 42%), ce qui constitue une transposition verbale des interprétations *partie d'un tout* se prêtant, sur le plan du registre visuel, à une graphie circulaire. 16% des problèmes sont sans contexte, ce sont des problèmes où il s'agit d'additionner deux fractions ou de réduire une fraction équivalente à $\frac{3}{8}$. Les autres thématiques n'excèdent pas 5% des propositions.

2 Discussion des résultats

Les résultats ci-dessus montrent que pour les interprétations, la fraction vue comme *partie d'un tout* est la plus présente (49%) dans les réponses où il faut créer un énoncé de problème (question 4). Cependant, quand il s'agit de définir ce qu'est une fraction (question 1), plus de la moitié des enseignants en formation font plus référence à la fraction vue comme un *quotient (56%)*. En ce qui concerne les registres de représentation, les registres symboliques et visuels sont les plus sollicités : 89% des participants font référence au moins une fois au registre symbolique et un peu plus de la moitié des participants fait référence au moins une fois au registre visuel (54%). Les autres registres ne sont quasiment pas évoqués. Pour l'utilisation de fractions supérieures à 1, lorsqu'il est demandé d'écrire quatre exemples de fractions, près de la totalité des participants (97%) mentionnent au moins une fraction située entre 0 et 1, tandis que 44% ne mentionnent que des fractions comprises entre 0 et 1. Ce résultat coïncide avec les thématiques proposées lors de la création de problèmes qui sont dans 42% des cas des aliments communément représentés sous forme circulaire. Ces thématiques renforcent la non-reconnaissance de fractions supérieures à 1.

2.1 Retours sur nos hypothèses de recherche

Notre hypothèse était que la conception intuitive dominante chez les enseignants en formation serait la fraction vue comme *partie d'un tout*, caractérisée par des fractions inférieures à 1 et représentée sous la forme de surfaces circulaires. Les résultats, présentés ci-dessus, tendent à soutenir cette hypothèse, même si l'interprétation *quotient*, c'est-à-dire la fraction vue comme le résultat d'une division ou comme étant le nombre qui multiplié par *b* donne *a*, est aussi présente. Nous supposons que la *partie d'un tout* est une conception intuitive renforcée par l'enseignement, alors que la fraction *quotient* est liée à l'enseignement. Afin de tester plus en profondeur ces hypothèses, il est prévu de proposer ces mêmes questionnaires à des élèves de 6P (même classe d'âge que le CM1 en France, qui n'ont pas encore reçu d'enseignement sur les fractions en Suisse) et des élèves de 8P (équivalent en âge à la classe de 6e en France, à la suite de 2 ans d'enseignement sur les fractions). L'objectif de cette étude sera de comparer les résultats des élèves avec ceux des enseignants en formation et ainsi de mettre à l'épreuve ces hypothèses.

2.2 Discussion avec les participants de l'atelier

Les résultats présentés ci-dessous montrent que parmi les deux conceptions dominantes, l'interprétation *partie d'un tout* et l'interprétation *quotient* sont largement prépondérantes. Les participants ont été étonnés par la forte présence de l'interprétation *quotient* et par l'absence de l'interprétation *mesure*. Pour expliquer cela, nous nous appuyons sur les programmes suisses et les moyens d'enseignement romand en vigueur jusqu'en 2023, dans lesquels les nombres décimaux sont introduits avant les fractions et où l'interprétation *mesure* est peu présente. Par conséquent, à l'école primaire, les élèves ont rarement l'occasion de faire face à des situations d'apprentissage qui mobilisent des interprétations autres que celle *partie d'un tout*. Par ailleurs, les recherches menées par Alajmi (2012) en France et Charalambous et Pitta-Pantazi (2007) à Chypre ont révélé que les tâches proposées dans les manuels scolaires sont très majoritairement liées à cette interprétation. Au secondaire (i.e. au collège), les élèves utilisent les fractions comme des nombres, acquérant des compétences pour effectuer des opérations sur ceux-ci, mais peu de tâches sont proposées pour relier différentes représentations vues à l'école primaire (surfaces, bande-unité) et les procédures apprises à l'école secondaire. Cette rupture lors de la transition de l'école primaire et le collège a été identifiée par Chambris et ses collègues (2017) en France. Ils ont montré que l'articulation entre l'interprétation dominante à l'école primaire (*partie d'un tout*) et celle dominante au secondaire (*quotient*) n'est pas prise en charge par les enseignants interrogés dans leur étude. L'accent mis sur les procédures et les opérations ne permettent pas aux élèves de faire des liens entre les différentes interprétations des fractions. Cette rupture entre école et collège et le manque de liens entre les interprétations et les représentations ont aussi été constatés par les participants. Cela pourrait par ailleurs expliquer la présence de deux conceptions. En effet, la conception intuitive proche de l'interprétation *partie d'un tout* est renforcée par l'enseignement et vraisemblablement issue de la vie quotidienne. Les tâches proposées à l'école primaire favorisent l'ancrage de cette conception. Le choix des représentations employées en classe et dans les manuels peut amplifier cette conception, particulièrement lorsque des surfaces circulaires (par exemple des gâteaux ou des pizzas) sont utilisées comme représentation. L'élève peut alors aborder plus facilement ces tâches car elles concordent avec sa conception intuitive.

L'autre conception identifiée, celle proche de l'interprétation *quotient*, serait issue de l'enseignement à travers les liens faits entre les fractions et la division. En effet, au secondaire (i.e au collège) les programmes et les manuels fournissent de nombreux exercices procéduraux où les fractions sont des nombres utilisés uniquement dans le registre symbolique sur lesquels des opérations (addition/soustraction ou réduction/amplification de fractions par exemple) doivent être réalisées. Ici, l'élève apprend des procédures pour résoudre les tâches proposées sans nécessairement percevoir le sens ou faire de liens entre les différentes représentations.

Les discussions ont aussi porté sur l'importance de clarifier la notion d'unité et de la travailler aussi bien avec les enseignants en formation qu'avec les élèves. Maîtriser la notion d'unité est considéré comme une étape préalable à la compréhension des fractions. En effet, les méthodes de résolution d'un problème peuvent varier en fonction de la manière dont l'unité est considérée. Par exemple, si des bonbons sont partagés entre plusieurs personnes, la démarche de résolution ainsi que les représentations utilisées ne sont pas forcément les mêmes : par exemple, s'il s'agit de 8 bonbons, l'unité considérée est 1 bonbon, la représentation peut être une collection discrète avec un rond pour chaque bonbon et l'interprétation mobilisée *partie d'un tout* ; s'il s'agit d'un sac de bonbons, l'unité considérée est 1 sac, la représentation peut être une surface et l'interprétation mobilisée *partie d'un tout*. Et si à la place de bonbons, il s'agit de partager différentes étapes d'une course à pied alors l'unité considérée pourrait être une longueur donnée, la représentation utilisée une bande-unité ou une droite graduée et l'interprétation mobilisée *mesure*. Présenter simultanément ces différents types de problèmes aux élèves permettrait de travailler les liens entre les différentes interprétations et représentations des fractions. L'absence notable de l'interprétation *mesure* a suscité des interrogations parmi les participants, qui avaient imaginé qu'elle serait davantage présente, notamment en conformité avec les programmes et manuels français, qui préconise son utilisation pour l'introduction des nombres rationnels, ce qui n'est pas encore le cas en Suisse. Cela met en évidence une problématique liée aux programmes et manuels suisses, qui n'offrent que très peu aux élèves l'occasion de résoudre des problèmes en relation avec d'autres interprétations et représentations, comme la mesure et la droite graduée, qui jouent un rôle prépondérant pour faire le lien entre écriture fractionnaire et décimale. Les résultats pourraient toutefois évoluer à la suite de l'introduction des nouveaux moyens d'enseignement officiels à la rentrée 2023 pour les classes de 7-8P (équivalentes au CM2-6e, niveaux scolaires où les nombres rationnels sont introduits). L'écriture fractionnaire sera dorénavant introduite avant l'écriture décimale pour initier la notion de nombre rationnel, à l'aide de l'interprétation *mesure* notamment.

Enfin, les participants se sont aussi questionnés sur l'usage des fractions supérieures à 1 dans la vie quotidienne, se demandant si elles sont réellement utilisées. Dans le système anglo-saxon, l'écriture privilégiée pour $\frac{7}{4}$ est $1\,\frac{3}{4}$. Ce type de décomposition ($\frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$) est présent dans l'enseignement en France, avec de nombreuses activités proposant de décomposer une fraction en un entier et une fraction inférieure à 1 ou inversement. En revanche, en Suisse, le lien entre $\frac{7}{4}$ et $1 + \frac{3}{4}$ n'est pas enseigné et est absent des programmes.

IV - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

L'objectif de cet atelier était d'identifier les conceptions intuitives des fractions d'enseignant en formation. Les résultats ont montré que les interprétations *partie d'un tout* et *quotient* sont les plus sollicitées dans les données alors que l'interprétation *mesure* est quasi inexistante. Pour faire suite aux discussions de l'atelier et afin de vérifier si les résultats sont liés au contexte suisse romand, il serait intéressant de confronter ces résultats à un corpus de données venant d'enseignants en formation en France. De même, il serait intéressant de comparer les résultats d'élèves suisses et français qui n'ont pas encore reçu d'enseignement (6P – CM1) et qui ont déjà eu 2 ans d'enseignement sur les fractions (8P – 6è). Ainsi, nous pourrions identifier si l'enseignement impacte les conceptions sur les fractions en comparant les résultats sur l'interprétation *mesure* par exemple. En effet, des activités de mesurage comme celles présentées dans *Construire des nouveaux nombres* (Anselmo & Zucchetta, 2018) ou dans la brochure créée par l'IREM des Pays de la Loire proposant une introduction aux fractions (Brachet et al., 2020) sont déjà proposées en France depuis un moment.

De manière plus générale, cet atelier a (re)montré l'importance et l'intérêt d'ouvrir la palette des registres de représentation, des interprétations aux enseignants en formation, dans le but de leur montrer tout d'abord leur existence, mais aussi de discuter avec eux de la manière d'enseigner les fractions aux élèves et de proposer des tâches ne favorisant pas l'ancrage des conceptions intuitives et laissant ainsi l'opportunité aux élèves de résoudre des problèmes en s'appuyant sur d'autres représentations plus adéquates par rapport aux situations rencontrées.

V - BIBLIOGRAPHIE

Adjiage, R., & Pluvinage, F. (2007). *An Experiment in Teaching Ratio and Proportion.* Educational Studies in Mathematics, 65(2), 149-175. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9049-x

Anselmo, B., & Zucchetta, H. (2018). *Construire les nouveaux nombres au cycle 3 : Fractions et décimaux : mathématiques, cycle 3, programmes 2016*. Réseau Canopé / IREM de Lyon.

Artigue, M., & Robinet, J. (1982). *Conceptions du cercle chez les enfants de l'école élémentaire.* Recherches en Didactique des Mathématiques Grenoble, *3*(1).

Balacheff, N. (1995). *Conception, connaissance et concept.* In D. Grenier (Éd.), Séminaire de l'équipe DidaTech, IMAG (p. 219-244). IMAG Grenoble. https://hal.science/hal-01072247

Balacheff, N., & Margolinas, C. (2003). cK¢ *Modèle de connaissances pour le calcul de situations didactiques.* XII° école d'été de didactique des mathématiques, 1-32.

Behr, M., Lesh, R., Post, T. R., & Silver, E. (1983). *Rational number concepts.* In Acquisition of mathematics concepts and processes (p. 91-125). Academic Press Inc.

Brachet, L., Hersant, M., & Lucas, F. (2020). *Une séquence sur l'introduction des fractions au CM1*. IREM des Pays de la Loire.

Brousseau, G. (1987). *Représentation et didactique du sens de la division.* Didactique et acquisition des connaissances scientifiques, Actes du colloque du Sèvres, La pensée sauvage, Grenoble, 47-64.

Chambris, C., Tempier, F., Allard, C., & Un, C. A. (2017). *Un regard sur les nombres à la transition école-collège.* Repères IREM. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01724757

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). *Drawing on a Theoretical Model to Study Students' Understandings of Fractions.* Educational Studies in Mathematics, 64(3), 293-316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

Coulange, L., & Train, G. (2018). *Enseigner les nombres decimaux et les fractions transitions (ou ruptures ?) Primaire-secondaire*. Actes du Colloque EMF 2018, 1490-1499.

Douady, R., & Perrin, M.-J. (1986). *Liaison école-collège : Nombres décimaux*. IREM de l'Université de Paris VII.

Duval, R. (2006a). *A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics.* Educational Studies in Mathematics, 61(1-2), 103-131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Duval, R. (2006b). Du mot au concept conversion. *Le Séminaire. Collection «Sciences de l'éducation».* Grenoble: Presses universitaires de Grenoble.

Fischbein, H. (1987). *Intuition in science and mathematics : An educational approach* (Vol. 5). Springer Science & Business Media.

Gvozdic, K., & Sander, E. (2018). *When intuitive conceptions overshadow pedagogical content knowledge : Teachers' conceptions of students' arithmetic word problem solving strategies.* Educational Studies in Mathematics, 98(2), 157-175. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9806-7

Janvier, C. (1985, avril). *Conceptions and Representations : The Circle as an Example. Annual Meeting of the American Educational Research Association*. https://eric.ed.gov/?id=ED259948

Kieren, T. E. (1976). *On the mathematical, cognitive and instructional. In Number and measurement. Papers from a research workshop* (p. 101). Citeseer.

Kieren, T. E. (1993). *Rational and fractional numbers : From quotient fields to recursive understanding. Rational numbers: An integration of research*, 49-84.

Lamon, S. J. (2006). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding : Essential Content Knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (2e éd.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781410617132

Lortie-Forgues, H., Tian, J., & Siegler, R. S. (2015). *Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult?* Developmental Review, 38, 201-221.

Marmur, O., Yan, X., & Zazkis, R. (2020). *Fraction images : The case of six and a half.* Research in Mathematics Education, 22(1), 22-47. https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1627239

Perrin-Glorian, M. J. (1985). *Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège*. IREM, Université Paris VII.

Sander, E. (2018). *La résolution de problèmes arithmétiques à énoncés verbaux*. ANAE, 30(156), 611-619.

Soury-Lavergne, S., Croquelois, S., Martinez, J.-L., & Rabatel, J.-P. (2020). *Conceptions des élèves de primaire sur la numération décimale de position*. Revue de Mathématiques pour l'École, 233, 128-143.

Tirosh, D. (2000). *Enhancing Prospective Teachers' Knowledge of Children's Conceptions : The Case of Division of Fractions.* Journal for Research in Mathematics Education, 31(1), 5. https://doi.org/10.2307/749817

Tirosh, D., & Graeber, A. O. (1991). *The effect of problem type and common misconceptions on preservice elementary teachers' thinking about division*. School Science and Mathematics, 91(4), 157-163.

Trésor de la langue Française informatisé. (s. d.). *Trésor de la langue Française informatisé*. CNRS & Université de Lorraine. Consulté 28 août 2023, à l'adresse http://www.atilf.fr/tlfi

Tsamir, P., & Tirosh, D. (2008). *Combining theories in research in mathematics teacher education*. ZDM, 40(5), 861-872. https://doi.org/10.1007/s11858-008-0142-8

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). *Intuitive nonexamples : The case of triangles. Educational Studies in Mathematics*, *69*, 81-95.

Vadcard, L. (2000). *Etude de la notion d'angle sous le point de vue des conceptions*. Université Joseph Fourier.

VI - ANNEXE 1 : INTERPRÉTATIONS – DÉFINITIONS ET INDICATEURS

	Définition	Indicateurs de la question 1	Indicateurs des questions 4/5
Partie d'un tout	La fraction exprime la relation entre un tout (partagé en parties égales) et une ou plusieurs de ses parties.	Notion de partage d'un tout (objet, unité, ensemble, etc.)	J'ai un tout, je le partage en 8, j'en prends 3 parties
Rapport	La fraction exprime la relation entre deux grandeurs de nature identique ou différente.	Notion de proportion ou rapport	Rapport de 3 éléments d'un ensemble avec 8 éléments du même ensemble/d'un ensemble distinct
Opérateur	La fraction opère sur un ensemble de manière multiplicative.	Notion de fonction, d'augmentation/réduction	Une unité multipliée par $\frac{3}{8}$; 3 unités multipliées par $\frac{1}{8}$
Quotient	La fraction exprime le résultat d'une division. a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a.	Résultat de la division d'une grandeur ou a/b c'est le nombre qui multiplié par b donne a	3 divisé par 8 ou j'ai 3 unités que je partage en 8
Mesure	La fraction exprime la mesure d'une grandeur en fonction d'une unité de mesure.	Mesure d'une grandeur exprimée en fonction d'une unité de mesure	J'ai 1 unité, je la partage en 8, je reporte cette sous-unité 3 fois.
Autre ou sans contexte	***Écriture formelle*** $\left\{ \frac{a}{b} \middle\| \begin{matrix} a, b \in \mathbb{Z}, \\ b \neq 0 \end{matrix} \right\}$	***Autre*** Écriture formelle (ou proche) $\left\{ \boldsymbol{\frac{a}{b}} \middle\| \begin{matrix} \boldsymbol{a}, \boldsymbol{b} \in \mathbb{Z}, \\ \boldsymbol{b \neq 0} \end{matrix} \right\}$	***Sans contexte*** Situation d'équivalence, opération sur les fractions, … sans contenu sémantique
Inclassable		Il s'agit de toutes les réponses n'entrant pas dans les catégories si dessus	Problèmes mathématiques faux ou problèmes de soustractions

VII - ANNEXE 2 – EXTRAITS DES RÉPONSES AU QUESTIONNAIRE

Question 1 – ***Pour vous qu'est-ce qu'une fraction ?***

c'est un nombre décimal que l'on va écrire sous la forme d'une division de deux nombres entiers.

La représentation d'un nombre qui s'écrit sous la forme $\frac{a}{b}$, où a et b sont des entiers et $b \neq 0$

une portion / partie d'un tout

c'est rapport entre deux quantités

C'est une réduction.

Une fraction est la représentation numérique ou visuelle d'une partie dans un ensemble.

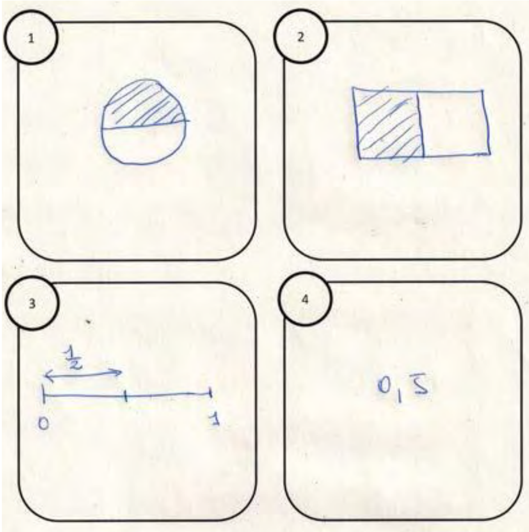
Une fraction est en mathématique un moyen d'écrire une division. Deux quotients séparés par une barre de fraction En haut, le numérateur, en bas le dénominateur

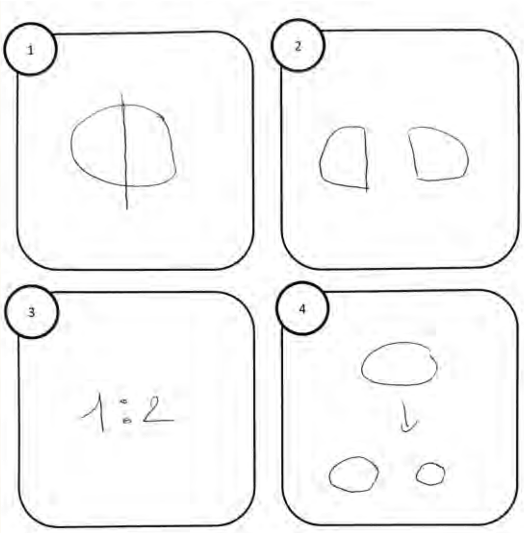
Une fraction est la division d'une unité.
1 pomme :
je la divise en 4
j'en mange un quart et laisse le reste de la classe se débrouiller pour faire des parts équitables

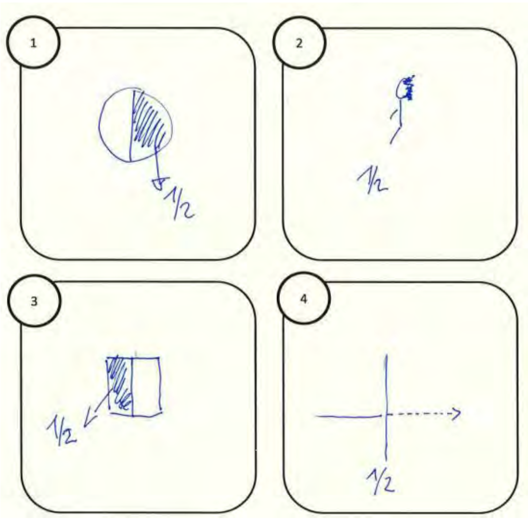
Une fonction mathématique

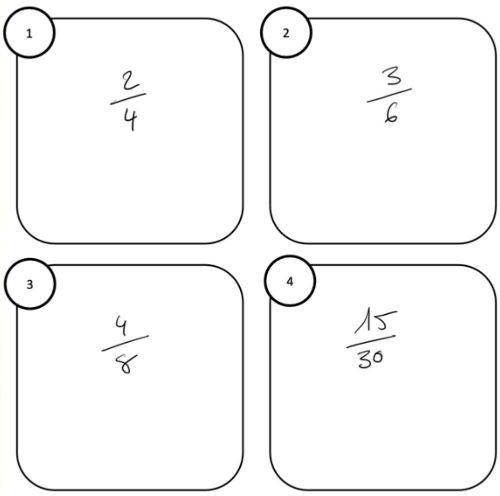
une fraction est le quotient d'un nombre entier par un autre nombre entier.

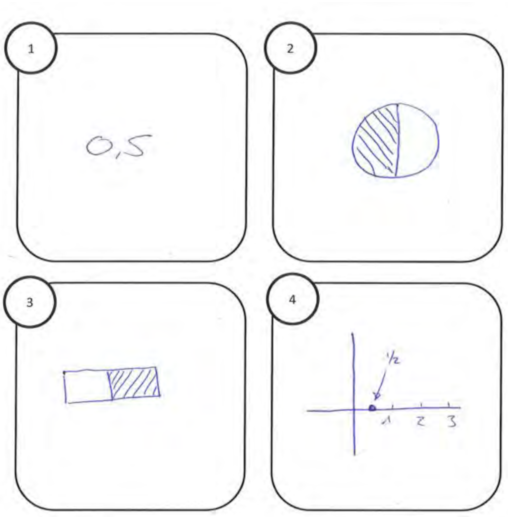
Question 3 – Représentez de manières différentes la fraction $\frac{1}{2}$

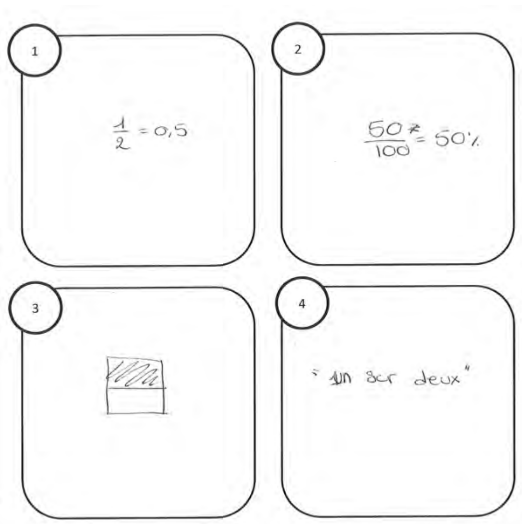


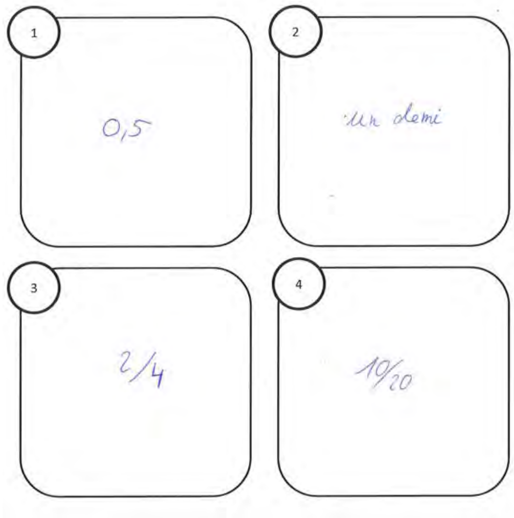




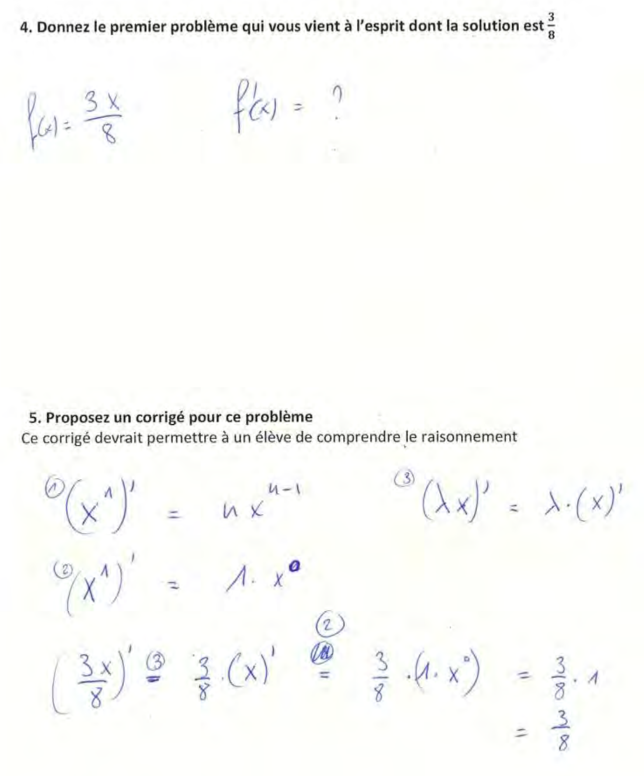








Question 4/5 – Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est 3/8. Proposez un corrigé pour ce problème.



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

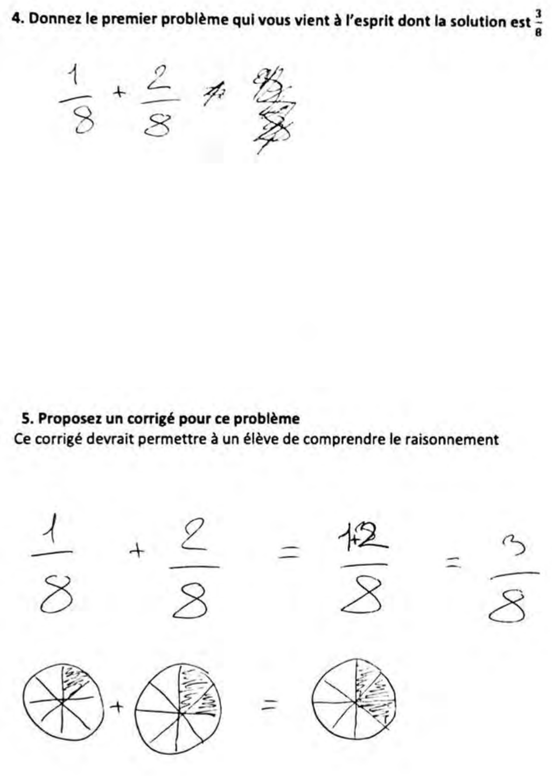
$f(x)=\frac{3x}{8}$ $\quad f'(x) = ?$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

(1) $(x^n)' = n x^{n-1}$ $\quad$ (3) $(\lambda x)' = \lambda \cdot (x)'$

(2) $(x^1)' = 1 \cdot x^0$

$\left(\frac{3x}{8}\right)' \overset{(3)}{=} \frac{3}{8}\cdot(x)' \overset{(2)}{=} \frac{3}{8}\cdot(1\cdot x^0) = \frac{3}{8}\cdot 1 = \frac{3}{8}$



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$\frac{1}{8}+\frac{2}{8}=\frac{1+2}{8}=\frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Un agriculteur veut vendre son blé. Un premier boulanger lui en achète $\frac{1}{8}$. Un second lui en achète $\frac{1}{2}$.
Que reste-t-il à l'agriculteur à la fin de la journée ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

- Mettre toutes les fractions sur le même dénominateur
- $\frac{8}{8} - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ → ce qu'il reste après le 1er boulanger.
- $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$ (on met tout sur le même dénominateur
- $\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \frac{3}{8}$ → ce qu'il reste après l'achat du 2ème boulanger.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Pierre a 3 boules bleues et 5 boules rouges.
Quelle est la proportion de boules bleues dans le total des boules ?

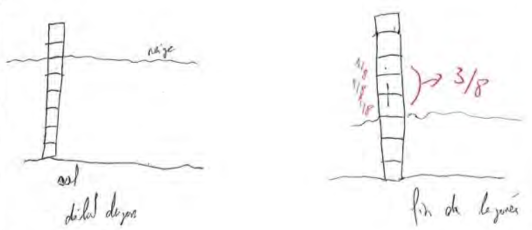
5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

On cherche le nombre total de boules : $3+5=8$.
On a 3 boules bleues, donc la proportion de boules bleues est $\frac{3}{8}$ $\left(\frac{\text{partie}}{\text{total}}\right)$.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Au début d'une journée de ski, on mesure la quantité de neige avec une règle graduée divisée en 8 parties égales. La première mesure équivaut à la 6 ème division de la règle.
La dernière mesure, à la fin de la journée, équivaut à la 3 ème division.
On combien la neige a fondu ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement



4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Marie possède en tout 8 pommes.
Elle en donne 5 à son amie Laura.
Combien de pomme lui reste-il à la fin ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Marie possède 8 pommes au total.
Elle en donne 5 à son amie Laura.
Pour savoir combien de pommes il lui reste, elle doit faire le calcul suivant : $8-5=3$.
Il faut donc effectuer une soustraction ici.
Le résultat est le suivant : Il lui reste 3 pommes.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Il y a 8 bonbons. Marie en prend 1 et Simon en prend 4.

Combien de bonbons reste-t-il ?

Exprimez votre réponse en fraction.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

8 bonbons $= \frac{8}{8}$

1 bonbon $= \frac{1}{8}$

4 bonbons $= \frac{4}{8}$

3 bonbons $= \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

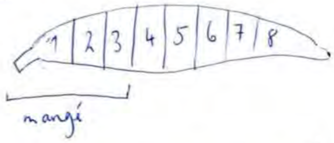
~~[illegible]~~

Quelle part de banane ai-je mangé ?

J'ai ~~[illegible]~~ coupé une banane en 8, j'en ai pris 3 morceaux

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Un dessin :



total

$\Rightarrow \frac{\text{Bouts mangés}}{\text{total (tous les bouts)}} = \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Dans un jardin, le quart des fleurs sont rouges, et $\frac{1}{8}$ des fleurs sont blanches. Donne la fraction qui représente les fleurs rouges et blanches.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Fleurs rouges : $\frac{1}{4}$

Fleurs blanches : $\frac{1}{8}$

Fleurs rouges + Fleurs blanches $: \frac{2\times 1}{2\times 4} + \frac{1}{8}$

$= \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$

La fraction qui représente les fleurs rouges et blanches est $\frac{3}{8}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{4}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Voici un gâteau couper en 8 parts égales. Donner la fraction correspondante à la part de gâteau coloriée en bleu.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Le gâteau à 8 parts égales.

La partie en bleu correspond à 3 parts du gâteau.

Donc la fraction est $\frac{3}{8}$.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Vous coupez un gâteau en huit parts égales.
Vous en mangez trois.
Quelle proportion du gâteau avez-vous mangée ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Vous coupez un gâteau en huit parts égales.

Vous en mangez trois.

Vous avez mangé $\frac{3}{8}$ ème du gâteau.

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Un cultivateur laboure 5/8 de son champ en une semaine. Le dernier jour de la semaine, il se demande combien il lui reste à labourer.
Quelle est la réponse ?

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Si le cultivateur laboure 5/8, partant du fait qu'il ait un champ tout entier alors on va ~~faire~~ soustraire 8/8 à 5/8 pour trouver la solution

$\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$ – Il lui reste à labourer 3/8 de son champ

$\frac{8}{8}$ = champ entier

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{\ }{8}$

$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = ?$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$\frac{1}{2} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4-1}{8} = \frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{\ }{8}$

Médée a 8 livres sur elle. Elle en prête 5 à Phèdre. Combien lui restera-t-il de livres ? Tu dois exprimer ton résultat sous forme de fraction.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

Premier calcul : 8 – 5 = 3.
3 représente le nombre de livres que Médée possède encore.

Représenter le résultat sous la forme d'une fraction : le numérateur correspond au nbre de livres restants (3) et le dénominateur au nombre de livres que Médée possède en tout (8)

Donc : $\frac{3}{8}$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

J'ai 8 billes. J'en choisis 3. Quelle proportion des billes ai-je choisi ?

correction →
je choisis 3 billes sur les 8,
j'ai donc choisi $\frac{3}{8}$ des billes.

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Résoud l'équation :

$8x = 3$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

$8x = 3 \quad | :8$
$\Leftrightarrow \frac{8x}{8} = \frac{3}{8}$
$\Leftrightarrow x = 3/8$

4. Donnez le premier problème qui vous vient à l'esprit dont la solution est $\frac{3}{8}$

Réduis la fraction $\frac{6}{16}$

5. Proposez un corrigé pour ce problème
Ce corrigé devrait permettre à un élève de comprendre le raisonnement

1 A $16 \div 2 = 8$

2 $\frac{6}{16} \overset{\div 2}{\underset{\div 2}{=}} \frac{\ }{\ }$

3 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

B ~~16 ÷ 3 = 5,33...~~

Question 8 – Si vous deviez expliquer à une autre personne ce qu'est $\frac{6}{5}$, que lui diriez-vous ?

Une fraction de $\frac{6}{5}$ signifie qu'il y a un différentiel entre le dividende et le diviseur, que l'on ne peut combler. Par exemple, nous avons 5 oranges entières et 6 personnes présentes, il va donc falloir diviser les oranges pour que les parts soit égales. Le problème peut aussi être vu à l'inverse. Dans ce cas, il y aurait plus d'oranges que de personnes.

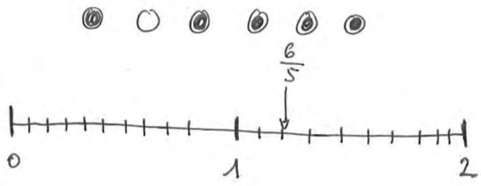
Un façon insolite de représenter 1,2. Le nombre "1" augmenté de $\frac{1}{5}$.

C'est une manière d'écrire 6 : 5, donc 1,2. C'est aussi quand il ne reste qu'une seule part de gâteau au frigo.

6 → numérateur
5 → dénominateur

$\frac{6}{5} = 1,2 = 120\%$

Je lui ferais un dessin en forme de tranche ou une règle :



Si je fais un gateau et que mon verre doseur n'a que 5 marques (1dl/2dl/3dl/4dl 5dl) et qu'il me faut 6dl, il faut alors verser 1 verres doseur complet + 1 marque.

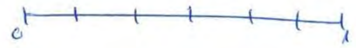
On a 6 pommes il faut les distribué de manière égale à 5 personnes. Donc chacun une pomme et la 6ème sera divisé par 5.

$\frac{1}{5} = 0,2$

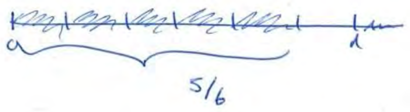
J'ai une pizza précoupée de 5 tranches mais nous sommes finalement 6 personnes à manger donc je dois diviser les 5 tranches parmi les 6 personnes

$\frac{6}{5}$

Lorsqu'on divise 1 par 6 parts égales



Alors on en prend seulement 5 parts.



Je lui dirais que ça représente 6 parts de gâteaux séparés en 5 parts égales chacun. Et je ferais un dessin explicatif :

$\frac{5}{5} + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$