LE LIEN ENTRE LES CONNAISSANCES MATHÉMATIQUES POUR L'ENSEIGNEMENT ET LES CHOIX DIDACTIQUES DE L'ENSEIGNANT

UNE OCCASION DE QUESTIONNER LE RAPPORT DES ENSEIGNANTS AU SAVOIR MATHÉMATIQUE

Stéphane Clivaz
HEP Vaud, UER MS, laboratoire 3LS
stephane.clivaz@hepl.ch

Résumé

Ce texte présente deux exemples de l'influence des connaissances mathématiques d'enseignants sur leur enseignement de l'algorithme de la multiplication. Cette influence est analysée d'un point de vue didactique et elle est mise en rapport avec certains éléments de la théorie du rapport au savoir formulés par Charlot.

Mots-clés

Connaissances mathématiques – enseignants primaires – pertinence – lesson study *– conceptions des mathématiques*

Sociologie et didactique peuvent avoir plusieurs questions en commun qu'elles traitent de manières différentes. La question du savoir et plus particulièrement du rapport au savoir en est un exemple d'autant plus intéressant que, dans les deux champs, cette question a d'abord été construite et théorisée pour l'élève – ou pour l'apprenant de manière plus générale – avant que d'être posée pour l'enseignant. Si certains groupes de recherche comme RESEIDA[1] mettent directement en dialogue les deux approches, il nous semble aussi intéressant de mettre en dialogue des résultats issus d'une approche purement didactique avec l'approche sociologique.

Notre recherche doctorale en didactique des mathématiques et ses ancrages théoriques seront d'abord présentés. Deux exemples de résultats liés à l'enseignement de l'algorithme de la multiplication seront ensuite développés d'un point de vue didactique en dialogue avec la théorie sociologique du rapport au savoir telle que formulée par Charlot (1997 et 2003). La question de l'évolution des connaissances et du rapport au savoir des enseignants dans un processus de formation continue/recherche comme celui des *lesson study* ouvrira enfin des perspectives de recherche.

1. REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages, fondé par Jean-Yves Rochex et Élisabeth Bautier et actuellement soutenu par l'Université Paris 8.

1. La recherche

La recherche vise à décrire l’influence des connaissances mathématiques des enseignants primaires sur leur gestion didactique de tâches mathématiques.

1.1 Cadre de la recherche

Au cours des dernières années, les recherches portant sur les connaissances mathématiques pour l’enseignement ont pris de l’ampleur dans la communauté scientifique internationale (Bednarz & Proulx, 2009). Ce mouvement s’observe également dans le monde francophone, toutefois plus au Québec qu’en Europe.

Si de nombreuses recherches, en particulier étasuniennes, tentent d’établir un lien entre les connaissances mathématiques des enseignants et les performances des élèves, les résultats sont souvent mitigés, voire contradictoires. De plus, même quand un effet est mesuré, les mécanismes permettant de décrire l’influence des connaissances mathématiques des enseignants sur leur enseignement restent mystérieux (Hill, Rowan & Ball, 2005, p. 401). Suite aux comparaisons internationales des performances des élèves, certains auteurs ont comparé les connaissances des enseignants. L’étude de Ma (1999) en particulier analyse les connaissances mathématiques d’enseignants chinois et étasuniens au travers d’un questionnaire mettant les enseignants en situation de classe.

Par ailleurs, si la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1986a) s’est d’abord axée sur la modélisation de situations d’apprentissage quasi isolées, ne se préoccupant pas de modéliser le rôle du professeur (Bloch, 2005, pp. 59-61), les travaux de didactique des mathématiques francophone étudiant le rôle de l’enseignant se développent depuis les années 1980. Plusieurs études mettent particulièrement en évidence les connaissances du professeur (en particulier Bloch, 2009 ; Comiti, Grenier & Margolinas, 1995 ; Coppé, 2007 ; Grugeon, 2008 ; Margolinas, 1992 ; Margolinas, Coulange & Bessot, 2005 ; Pian, 1999 ; Robert, 2001 et 2005).

Pour catégoriser les connaissances mathématiques de l’enseignant, nous avons utilisé les catégories de connaissances mathématiques (Ball, Thames & Phelps, 2008). Pour décrire l’effet de ces connaissances, nous avons utilisé deux modélisations issues de la théorie des situations didactiques : les critères de pertinence mathématique du professeur élaborés par Bloch (2009) afin d’analyser l’effet de ces connaissances sur l’enseignement d’une part, la structuration du milieu (Margolinas, 1995) et sa déclinaison en niveaux d’activité du professeur (Margolinas, 2002) afin de lire de manière détaillée les interactions entre connaissances et pertinence en situation professionnelle ordinaire d’autre part. Ces cadres permettent d’éclairer les questions de rapport au savoir que nous développerons ci-dessous, nous allons donc très rapidement les présenter.

1.1.1 Les connaissances mathématiques pour l’enseignement

Ball, Thames et Phelps (2008) proposent de classifier les différentes *connaissances* mathématiques pour l’enseignement selon le découpage suivant :

Connaissances du sujet :
Connaissances mathématiques communes
Connaissances de l'horizon mathématique
Connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement
Connaissances pédagogiques du contenu :
Connaissances du contenu et de l'enseignement du sujet
Connaissances des élèves et de l'apprentissage du sujet
Connaissances des programmes et des moyens d'enseignement[2]. (p. 403)

Les connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement sont des connaissances dont ne disposent pas d'autres professionnels utilisant les mathématiques. C'est le cas par exemple quand il s'agit d'expliquer pourquoi « pour multiplier par 10, on ajoute un zéro », quand il faut analyser des erreurs d'élèves ou quand il faut décider si une procédure originale proposée par un élève est correcte. Une situation particulière nécessitant ces connaissances mathématiques spécifiques à l'enseignement est celle de l'enseignement de l'algorithme de la multiplication (Ball, Hill & Bass, 2005, pp. 17-21). Ces connaissances mathématiques spécifiques se distinguent des connaissances mathématiques communes, mais aussi des connaissances pédagogiques du contenu :

> Knowing mathematics for teaching demands a kind of depth and detail that goes well beyond what is needed to carry out the algorithm reliably. [...] Important to note is that each of these common tasks of teaching involves mathematical reasoning as much as it does pedagogical thinking[3]. (Ball *et al.*, 2005, p. 21)

1.1.2 La pertinence mathématique

Afin de discerner les effets sur l'enseignement des connaissances mathématiques que possède l'enseignant, Bloch (2009) propose de considérer la *pertinence mathématique des interventions du professeur* :

> Une intervention mathématique est pertinente si elle rend compte dans une certaine mesure de la fonctionnalité de l'objet mathématique visé ; ou, s'agissant d'enseignement, si elle permet au moins de progresser dans l'appréhension de cette fonctionnalité, avec des énoncés de propriétés mathématiques contextualisées ou non, des arguments appropriés sur la validité de procédures ou sur la nature des objets mathématiques. (p. 32)

2. Ma traduction des termes de Ball *et al.* (2008).
3. « Connaître des mathématiques en vue de les enseigner demande un type de profondeur et de détail qui va bien au-delà de ce qui est nécessaire pour effectuer l'algorithme de manière fiable. [...] Il est important de remarquer que chacune de ces tâches ordinaires d'enseignement implique un raisonnement *mathématique* autant qu'une pensée pédagogique. » L'italique est de Ball et ses collègues, la traduction est la mienne.

1.1.3 La structuration du milieu

Pour « analyser les activités usuelles du professeur » et « *démêler* des pratiques qui sont imbriquées », Margolinas a enrichi la structuration du milieu de Brousseau (1986b) et a développé un modèle de l'activité du professeur qui peut être résumé par le tableau 1. Les niveaux d'activité du professeur ne sont pas réduits au temps de la leçon en classe, même si certaines phases d'une situation didactique sont partiellement caractérisées par des situations de niveaux différents. Elles ne sont pas non plus temporellement successives (Margolinas, 1995, p. 96), et chaque niveau peut être considéré dans le présent de l'action, mais aussi dans le passé ou le futur. Par exemple, durant le travail en classe, le professeur peut travailler au niveau P_{+1} en projetant une future leçon ou en se souvenant de son travail passé de préparation. De la même manière, il est en tension entre son ambition, qu'elle concerne la leçon (niveau P_{+1}), le thème (niveau P_{+2}) ou plus généralement l'enseignement (niveau P_{+3}), et ce qu'il pense que les élèves pourront répondre (niveau P_0) ou la façon dont il souhaite les observer (niveau P_{-1}).

Tableau 1 : Niveaux d'activité du professeur, d'après Margolinas (2002, p. 142)

P_{+3}	Niveau noosphérien ou idéologique	[...] activité du professeur qui réfléchit de façon très générale à l'enseignement, ou bien, toujours en général, à l'enseignement des mathématiques. À ce niveau, l'activité du professeur n'est pas finalisée
P_{+2}	Niveau de construction ou de conception d'un thème	[...] activité du professeur est de concevoir les grandes lignes de l'enseignement d'un thème. Du point de vue de l'ingénierie didactique, c'est à ce niveau qu'intervient de façon caractéristique la recherche d'une situation fondamentale. Si l'on considère l'observation des pratiques ordinaires, on pourrait parler à ce niveau de recherche de problématique
P_{+1}	Niveau de projet de leçon	[...] activité du professeur qui détermine le scénario d'une leçon
P_0	Niveau de la situation didactique	[...] action du professeur en classe. Il s'agit du *niveau de base* dans lequel les élèves et le professeur interagissent ès qualités ; et c'est pourquoi il reçoit le numéro zéro
P_{-1}	Niveau d'observation ou de dévolution	[Niveau] de la dévolution ou de l'observation de l'activité des élèves

1.2 Dispositif de recherche

Le dispositif de recherche comporte deux parties. Dans une première partie, au moyen d'un entretien semi dirigé repris de Ma (1999), mettant en scène des situations d'enseignement et nécessitant le recours aux connaissances mathématiques de l'enseignant, seize enseignants primaires vaudois ont été interrogés et leurs connaissances ont été comparées à celles relevées par Ma auprès d'enseignants chinois et étasuniens.

Dans une seconde partie, nous avons observé toutes les leçons à propos de l'algorithme de la multiplication par un nombre à deux chiffres chez quatre enseignants de 4e primaire[4]. Le nombre de séances varie entre deux et neuf. Il s'agit d'une observation de type « naturaliste » (Comiti *et al.*, 1995, pp. 98-99), c'est-à-dire

4. Élèves de 9 à 10 ans, équivalent CM1 en France.

que nous ne sommes pas intervenus sur le choix des activités laissé au libre arbitre de chaque enseignant. Les observations ont été précédées et suivies d’un entretien semi-dirigé. Les leçons ont été filmées et quelques passages significatifs du point de vue des connaissances mathématiques pour l’enseignement ont été mis en évidence. Les enregistrements des séquences et des entretiens ont été traités à l’aide du logiciel Transana (Fassnacht & Woods, 2002-2011) afin de relever pour chaque extrait le niveau d’activité du professeur et, pour les passages où des connaissances mathématiques sont utilisées, leur type et leur pertinence. Ces extraits peuvent être situés dans la séquence grâce à la réalisation d’un synopsis (Schneuwly, Dolz & Ronveaux, 2006) et d’une macrostructure (Dolz & Toulou, 2008).

1.3 Quelques résultats

Les résultats obtenus sont de plusieurs types. Nous en esquissons trois ici. Chacun sera illustré au paragraphe 2 en lien avec la question du rapport au savoir des enseignants.

La première série de résultats concerne la corrélation entre les types de connaissances mathématiques pour l’enseignement, plus particulièrement les connaissances mathématiques spécifiques à l’enseignement, et la pertinence mathématique des interventions de l’enseignant.

La deuxième série de résultats porte sur une analyse par enseignant et une comparaison de moments particuliers entre les quatre enseignants observés (Clivaz, 2012b).

Le troisième type de résultat porte sur l’analyse fine d’un épisode de vingt-sept minutes qui a été menée en termes de structuration du milieu. Cette analyse du moment d’explication de l’algorithme met en évidence une démultiplication des situations au niveau de la situation didactique et un sentiment d’incommunicabilité, voire de quiproquo entre le maître et les élèves. Elle pointe les causes de ces bifurcations didactiques (Margolinas, 2004, pp. 59-63) dans les choix de l’enseignant et permet de rattacher ces choix aux connaissances mathématiques pour l’enseignement de l’enseignant (Clivaz, 2012a).

2. Pertinence et rapport au savoir mathématique

Les approches quant au lien entre les savoirs disciplinaires, dans notre cas les savoirs mathématiques, et les enseignants sont nombreuses et variées. Parfois ces approches se développent pour analyser ce rapport chez les élèves, d’autres fois elles sont spécifiques aux enseignants. Dans le cadre de notre recherche, nous avons décrit les concepts proches des cadres théoriques utilisés, en particulier les concepts de *belief* (Thompson, 1992), de conception, voire de philosophie, des mathématiques (par exemple Lerman, 1987). Nous y avons surtout rappelé la distinction entre savoir et connaissance, fortement présente, quoique pas définie de manière uniforme, dans la didactique francophone des mathématiques (Brousseau & Centeno, 1991 ; Conne, 1992). Toutefois notre objet étant de décrire l’influence des connaissances des enseignants et étant donné le terme unique de *knowledge* utilisé en anglais par Ball, nous avons décidé de ne pas introduire ces concepts dans notre analyse et d’utiliser uniquement le terme de connaissances. Le thème de l’atelier 3 du colloque

« Sociologie et didactiques : vers une transgression des frontières ? » est donc une occasion de nous reposer cette question du rapport au savoir mathématique des enseignants et de relire certains résultats à la lumière de quelques éléments de la théorie du rapport au savoir telle que formulée par Charlot (1997 et 2003), en particulier des figures de l'apprendre, identifiées à partir de discours de collégiens. Cette partie 2 sera ainsi constituée dans un premier temps du rappel de quelques éléments issus de cette théorie d'une part et de la théorie des situations didactiques d'autre part et, dans un second temps, de l'exemple du rapport au savoir mathématique de deux enseignants sur une connaissance mathématique très ponctuelle.

2.1 Rapport au savoir et aux situations didactiques

Charlot définit le rapport au savoir comme « l'ensemble organisé des relations qu'un sujet entretient avec tout ce qui relève de “l'apprendre” et du savoir » (1997). Cette définition est générale et semble s'appliquer au savoir en général en tant qu'ensemble des savoirs. Toutefois, il considère aussi que :

> […] les recherches sur le rapport au savoir peuvent également se définir en référence aux savoirs eux-mêmes (ou aux activités, formes relationnelles, etc. que le sujet doit apprendre à maîtriser). […] Ce sont les rapports aux savoirs (ou aux « apprendre ») qui sont alors au centre de la recherche, les rapports à des savoirs envisagés dans leurs spécificités épistémologiques, cognitives, didactiques. (Charlot, 2003, p. 45)

Ainsi le rapport au savoir peut-il se particulariser, mais aussi se définir en référence aux activités ou, dirions-nous peut-être, aux situations. On retrouve ici, quoique sous une forme très différente, l'idée du lien « modélisant » entre situation et savoir qui est une hypothèse épistémologique fondamentale de la théorie des situations didactiques selon laquelle il existe pour tout savoir une situation fondamentale permettant de modéliser ce savoir (Bessot, 2003, p. 16).

Le modèle de la structuration du milieu que nous avons utilisé permet d'ailleurs de lire cette particularisation du rapport au savoir et aux situations en permettant de distinguer les diverses situations vécues par l'enseignant et celles vécues par les élèves :

Le développement de la structuration du milieu comme une technique d'analyse des situations ordinaires m'a permis de différencier : la situation envisagée par le professeur ; les situations effectives qu'il installe ; les situations investies par les élèves. (Margolinas, 2010)

La distinction des situations pourrait ainsi permettre d'introduire une forme de rapport au savoir distincte pour le professeur et pour les élèves et de considérer l'affirmation de Charlot : il n'est pas de savoir sans rapport au savoir (1997, p. 68) et ce rapport n'est jamais uniquement épistémique et didactique (p. 79). D'un point de vue méthodologique, Charlot déclare même que ce rapport doit être premier.

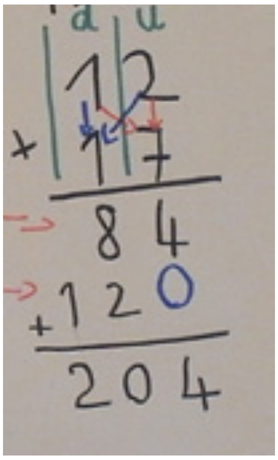
Si l’on se donne d’abord le sujet, pour partir à la recherche du savoir, ou d’abord le savoir, pour partir à la recherche du sujet, on ne peut pas penser le rapport au savoir. C’est ce rapport lui-même qu’il faut se donner, d’emblée. (p. 74)

Dans le cadre de notre recherche en didactique, nous sommes entrés par le savoir et nous allons tenter de mettre en relation deux exemples avec les éléments de la théorie du rapport au savoir.

2.2 Le rapport au « zéro de la deuxième ligne »

Un exemple intéressant de manifestation et d’utilisation des connaissances mathématiques pour l’enseignement mis en avant tant par Ma (1999) que par Ball et ses collègues (2005) est celui de l’enseignement de l’algorithme de la multiplication par un nombre à plusieurs chiffres. Grâce à une des questions de Ma, nous avons ainsi interrogé les seize enseignants vaudois au sujet de cet enseignement. Une des difficultés d’enseignement le plus souvent évoquée est celle du « zéro » devant être placé à droite avant de commencer le calcul de la deuxième ligne dans l’algorithme en colonnes classique[5] (voir figure 1).

Figure 1 : Le zéro de la seconde ligne dans la multiplication 12x17 effectuée par Dominique sur un panneau



Presque tous les enseignants interrogés (12 sur 16) et tous les enseignants observés déclarent qu’ils souhaitent que leurs élèves « comprennent » ce zéro. Toutefois la signification de ce verbe comprendre et le rapport des enseignants à ce savoir du « zéro de la deuxième ligne », à son enseignement et à son apprentissage doivent être examinés plus finement, c’est ce que nous allons faire sur les exemples de deux enseignants, Dominique et Nicole.

5. Il est également possible de décaler la deuxième ligne d’un rang vers la gauche, mais cette façon de faire est peu utilisée en Suisse romande. Pour une discussion des aspects mathématiques et épistémologiques liés à l’algorithme de la multiplication, voir Clivaz (2011, pp. 121-141).

2.2.1 C’est 1x1 ou c’est 10x10 ?

Dans son explication de l’algorithme de la multiplication, Dominique a appuyé son explication sur la *règle du zéro* : « pour multiplier par 10, on ajoute un zéro ». Dans l’épisode de vingt-sept minutes consacré à l’explication de l’algorithme, que nous avons analysé en détail avec le découpage de la structuration du milieu (Clivaz, 2012a), Dominique explique l’algorithme de la multiplication sur l’exemple 12x17. Au moment de commencer la seconde ligne, la raison donnée par Dominique pour placer le zéro est le fait qu’on travaille avec des dizaines, et que, lorsqu’on travaille avec des dizaines, on ajoute un zéro.

> Dominique : C’est 1, ça ?
> Élève : 10
> Dominique : C’est 10 ! Donc attention, quand on travaille avec les dizaines, qu’est-ce qu’on doit rajouter ?
> Élève : Un zéro.

Dominique s’appuie ici directement sur plusieurs rappels effectués, en particulier durant la leçon précédente, à propos de cette *règle du zéro*. Cette formulation est correcte, pour autant qu’on ne la sorte pas de ce contexte et, en particulier, qu’on ne cherche pas à l’appliquer à d’autres moments dans l’algorithme. En effet, si on la prend au pied de la lettre, elle conduit à ajouter d’autres zéros à chaque fois que la multiplication concerne un chiffre des dizaines. Certains élèves le font d’ailleurs et habitent ainsi une situation didactique différente de celle de l’enseignant, créant des bifurcations didactiques (Clivaz, 2012a). En fait cette règle, dans le cadre de l’algorithme de la multiplication, est un raccourci de propriétés mathématiques correctes. Le problème est pourtant qu’un raccourci efficace, une connaissance mathématique commune, encapsulée, ne permet pas une interaction mathématiquement pertinente si elle n’est pas explicitée et développée, se transformant alors en une connaissance mathématique pour l’enseignement.

L’analyse de cet épisode montre que, pour Dominique, le zéro de la seconde ligne comme d’autres connaissances liées à l’algorithme sont bien des connaissances mathématiques, mais elles n’ont pas de lien entre elles et ne se justifient pas, ne s’expliquent pas. Il renvoie donc généralement les élèves à l’énoncé d’une règle, d’une connaissance mathématique commune, sans pouvoir la décortiquer, sans pouvoir interagir au plan proprement mathématique, sans que son intervention soit analysée comme pertinente. Cela constitue ainsi une bonne illustration de la corrélation négative que nous avons constatée entre connaissances mathématiques communes et pertinence. Quand connaissance mathématique commune et connaissance spécifique sont correctes et conjointement présentes, il y a corrélation avec la pertinence alors que, quand la connaissance mathématique commune seule est correcte ou présente, il y a corrélation avec l’absence de pertinence mathématique des interventions de l’enseignant. En termes de rapport épistémique au savoir mathématique, on pourrait dire que Dominique a bien un rapport nommé par Charlot d’« objectivation-dénomination ». Toutefois nous pourrions dire, du point de vue des représentations du savoir mathématique, que Dominique a une représentation des mathématiques comme étant « morcelées ». Il ne considère pas les liens entre les concepts mathématiques, alors même que, au niveau noosphérien P_{+3}, il affirme que la difficulté de l’enseignement, tant en français qu’en mathématiques, est de faire des liens entre différentes notions pour les utiliser correctement.

2.2.2 Super zéro

Pour expliquer l’apparition d’un zéro dans la deuxième ligne de l’algorithme de la multiplication en colonnes, Nicole déclare :

> Pour passer au deuxième rang, il me manque ce zéro. Alors pour qu’il tienne, je l’ai appelé « Super Zéro ». Il y a Super Zéro qui arrive et qui vient nous aider. […] Et puis ce Super Zéro, je lui ai mis un visage, parce qu’ils doivent se rappeler que c’est Super Zéro, qu’il existera toujours et qu’il vient nous aider pour faire ces calculs. C’est ce système que j’ai trouvé. […] Et le Super Zéro est en rouge ! Toujours en rouge. […] Maintenant, nous on est à deux, mais on va passer à trois chiffres, donc Super Zéro, ben il s’est marié, et puis ils sont Super Zéro et Madame Super Zéro, de nouveau des gentils, bien sûr, et puis ces deux vont maintenant nous aider, et je les laisse aussi en rouge, puisque c’est mari et femme, et puis on continue l’exercice dans ce sens-là. Au début, je leur explique simplement Super Zéro, comment faire, qu’il existe, qu’il faut le mettre, et, quand ils ont bien compris ce calcul de base, je leur fais faire, comparer pourquoi on le met. Donc je leur fais faire le calcul sans le zéro et puis le calcul avec, et qu’ils voient pourquoi est-ce qu’il y a ce Super Zéro qui est là. Et ils remarquent tout de suite que ben ça donne pas le même résultat. […] Je vais peut-être pas aller aussi loin, pour montrer le décalage, pourquoi ça fait ça.

Le reste de l’entretien avec cette enseignante montre qu’elle ne dispose pas de la connaissance du « pourquoi on fait ça ». Pourtant, avec son « bon sens pédagogique », elle pallie cette absence de connaissance par un enseignement vraisemblablement efficace à court terme et peut-être même à long terme, du moins si l’efficacité de l’enseignement est mesurée selon la capacité des élèves à effectuer correctement l’algorithme de la multiplication. Nicole est en tous les cas satisfaite du « système » qu’elle a trouvé et n’a aucune raison d’en changer. En revanche, l’usage de *trucs pédagogiques* empêche la création de liens entre la notion étudiée et les autres connaissances, ici entre l’algorithme de la multiplication et la numération décimale de position ou avec les propriétés des opérations. « Super Zéro » permet également aux élèves d’éviter de tisser ces liens et de considérer l’algorithme de la multiplication comme un *truc*, un peu magique, contribuant ainsi à la construction d’une conception des mathématiques comme une collection de *trucs*.

Interrogée sur le fait d’utiliser un zéro plutôt qu’un autre symbole, comme un trait, ou une étoile, ou encore de laisser un espace vide, Nicole répond également par des considérations de non-mathématiques : « C’est tout simplement pour pas qu’ils mélangent avec le fois, le moins… un autre signe. »

En termes de rapport épistémique au savoir mathématique, Nicole se situe dans ce que Charlot appelle « imbrication du Je dans la situation », dans le sens où il s’agit de maîtriser une activité. Toutefois, Nicole s’inscrit dans un processus qui donne à l’activité « l’apparence d’un savoir objet » (1997, p. 81). *Apprendre à faire des additions*, qui est le but effectif de l’enseignante, devient *apprendre l’addition*. On peut faire l’hypothèse, selon la figure de l’apprendre décrite par Charlot (1997, pp. 86-88), que la cause est à chercher dans son « rapport social au savoir » qui donne une forme particulière à ce rapport épistémique. Le problème est ici que la connaissance mathématique permettant ce processus n’est pas disponible pour Nicole.

3. Évolutions possibles au travers des *lesson study*

Quand elle examine les causes des différences entre les enseignants chinois et étasuniens sous l’angle de leur vision des mathématiques du primaire, Ma (1999) met en avant la pratique asiatique de travail collaboratif et d’études de leçon. Ces *lesson study* (Fernandez, 2002), déjà pratiquées à la HEP Vaud en formation initiale et continue (Clerc & Martin, 2012), sont des leviers prometteurs d’évolution des connaissances mathématiques des enseignants, mais aussi de leur rapport au savoir mathématique. Dans notre perspective elles permettront surtout de travailler le rapport entre le rapport au savoir mathématique de l’enseignant et son rapport à l’« apprendre » et à l’« apprendre les maths » de l’élève. Ce processus fait l’objet à la HEP Vaud d’un projet de recherche et de formation continue réunissant des chercheurs portant un regard didactique, un regard psychologique et un regard sociologique. Il constitue donc un prolongement du colloque « Sociologie et didactiques » de Lausanne, en transgressant les frontières tout en les respectant, afin de tirer parti des apports de plusieurs champs.

RÉFÉRENCES

Ball, D. L., Hill, H. C. & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching, who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide ? *American Educator (Fall 2005)*, 14-22, 43-46. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://deepblue.lib.umich.edu/bitstream/2027.42/65072/4/Ball_F05.pdf

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching : What makes it special ? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/59/5/389

Bednarz, N. & Proulx, J. (2009). Knowing and using mathematics in teaching conceptual and epistemological clarifications. For the learning of mathematics, 29(3), 11-17. Consulté le 7 novembre 2014, dans http://flm-journal.org/Articles/90007B35446B191D39748441966D2.pdf

Bessot, A. (2003). *Une introduction à la théorie des situations didactiques*. Grenoble : Laboratoire Leibniz-IMAG. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/07/87/94/PDF/CLLeib91.pdf

Bloch, I. (2005). *Quelques apports de la théorie des situations à la didactique des mathématiques dans l'enseignement secondaire et supérieur : contribution à l'étude et à l'évolution de quelques concepts issus de la théorie des situations didactiques en didactique des mathématiques*. HDR. Paris 7, Paris.

Bloch, I. (2009). Les interactions mathématiques entre professeurs et élèves. Comment travailler leur pertinence en formation ? *Petit x*, 81, 25-52.

Brousseau, G. (1986a). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1986b). La relation didactique : le milieu. In *Actes de la 4e école d'été de didactique des mathématiques*. IREM de Paris 7.

Brousseau, G. & Centeno, J. (1991). Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 11(2.3), 167-210.

Charlot, B. (1997). *Du rapport au savoir. Éléments pour une théorie*. Paris : Anthropos.

Charlot, B. (2003). La problématique du rapport au savoir. In S. Maury & M. Caillot (Eds.), *Rapport au savoir et didactiques* (pp. 33-50). Paris : Fabert.

Clerc, A. & Martin, D. (2012). L'étude collective d'une leçon, une démarche de formation pour développer et évaluer la construction des compétences professionnelles des futurs enseignants. *Revue internationale de pédagogie de l'enseignement supérieur*, 27(2). Mis en ligne le 16 janvier 2012. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://ripes.revues.org/514

Clivaz, S. (2011). *Des mathématiques pour enseigner, analyse de l’influence des connaissances mathématiques d’enseignants vaudois sur leur enseignement des mathématiques à l’école primaire*. Thèse de doctorat. Université de Genève, Genève. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://www.emf2012.unige.ch/images/stories/pdf/Actes-EMF2012/Actes-EMF2012-GT1/GT1-pdf/EMF2012GT1CLIVAZ.pdf

Clivaz, S. (2012a). Connaissances mathématiques de l’enseignant et bifurcations didactiques : analyse d’un épisode. *Recherches en Didactique*, 14, 29-46.

Clivaz, S. (2012b). Connaissances mathématiques des enseignants et enseignement de l’algorithme de la multiplication. In J.-L. Dorier & S. Coutat (Eds.), *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF2012* (pp. GT1, 172–182). Genève. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://www.emf2012.unige.ch/index.php/actes-emf-2012

Comiti, C., Grenier, D. & Margolinas, C. (1995). Niveaux de connaissances en jeu lors d’interactions en situation de classe et modélisation de phénomènes didactiques. In G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier & A. Tiberghien (Eds.), *Différents types de savoirs et leur articulation* (pp. 91-127). Grenoble : La Pensée Sauvage.

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(2.3), 221-270.

Coppé, S. (2007). Les connaissances antérieures des professeurs de mathématiques à travers la préparation de séances de classe. Cas de stagiaires en fin de formation initiale. In G. Gueudet & Y. Matheron (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques, Année 2006* (pp. 139-168). Paris : IREM Paris 7.

Dolz, J. & Toulou, S. (2008). De la macrostructure de la séquence d’enseignement du texte d’opinion à l’analyse des interactions didactiques. *Travail et formation en éducation*, (1). Consulté le 4 octobre 2013, dans http://tfe.revues.org/index596.html

Fassnacht, C. & Woods, D. K. (2002-2011). Transana (Version 2.42) [Mac]. Madison, WI : University of Wisconsin. Consulté le 18 juillet 2011, dans http://www.transana.org/

Fernandez, M. L. (2002). Learning from Japanese approaches to professional development : The case of lesson study. *Journal of Teacher Education*, 53(5), 393-405.

Grugeon, B. (2008). Quelle évolution des pratiques d’un professeur stagiaire de mathématiques pendant son année de formation à l’IUFM. In F. Vandebrouck (Ed.), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants* (pp. 383-419). Toulouse : Octarès.

Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of Teachers’ Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), 371-406.

Lerman, S. (1987). Problem solving or knowledge centered : The influence of philosophy on mathematics teaching. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(1), 59-66.

Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics : Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. Mahwah, NJ : Lawrence Erlbaum Associates.

Margolinas, C. (1992). Éléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 113-158. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00458309/fr/

Margolinas, C. (1995). La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In C. Margolinas (Ed.), *Les débats de didactique des mathématiques : actes du Séminaire national 1993-1994* (pp. 89-102). Grenoble : La Pensée Sauvage. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00418815/fr/

Margolinas, C. (2002). Situations, milieux, connaissances : Analyse de l'activité du professeur. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot & R. Floris (Eds.), Actes de la *11e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 141-155). Grenoble, France : La Pensée Sauvage. Consulté le 4 octobre 2013, dans https://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00421848

Margolinas, C. (2004). *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la théorie des situations didactiques*. HDR. Université de Provence – Aix-Marseille I. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00429580/en/

Margolinas, C. (2010). Recherches en didactiques des mathématiques et du français : par-delà les différences. Table ronde – Recherches et didactique. *Pratiques*, 145-146, 21-36. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://halshs.archives-ouvertes.fr/halshs-00713004

Margolinas, C., Coulange, L. & Bessot, A. (2005). What can the teacher learn in the classroom ? *Educational Studies in Mathematics*, 59, 205-234. Consulté le 4 octobre 2013, dans http://www.jstor.org/stable/25047171

Pian, J. (1999). *Diagnostic des connaissances de mathématiques des étudiants de CAPES vers une interprétation cognitive des apprentissages individuels*. Paris : IREM Paris 7.

Robert, A. (2001). Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(1-2), 57-79.

Robert, A. (2005). Recherches en didactique des mathématiques et formations professionnelles des enseignants du second degré en mathématiques – L’exemple d’une formation de formateur. In C. Castela & C. Houdement (Eds.), *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2005* (pp. 137-176). Paris : ARDM et IREM de Paris 7.

Schneuwly, B., Dolz, J. & Ronveaux, C. (2006). Le synopsis : un outil pour analyser les objets enseignés. In M.-J. Perrin-Glorian & Y. Reuter (Eds.), *Les méthodes de recherche en didactiques : actes du premier séminaire international sur les méthodes de recherches en didactiques de juin 2005* (pp. 175-189). Villeneuve d’Ascq, France : Presses univ. du Septentrion.

Thompson, A. G. (1992). Teachers’beliefs and conceptions : A synthesis of the research. In A. D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 127-146).