

POURQUOI LES MATHS À L'ÉCOLE ? POUR SIMPLIFIER LA VIE ?

Dans son ouvrage *Pourquoi des mathématiques à l'école*¹, Roland Charnay affirme sans ambiguës : « Quand les mathématiques enseignées à l'école permettent de simplifier ainsi la vie de l'élève, plutôt que de la lui compliquer, elles se rapprochent des vraies mathématiques. »

Voilà qui tranche curieusement avec une conception commune des mathématiques « qui compliquent la vie ». Voilà qui remet en question bien des cours de maths donnés ou entendus. Et pourtant cette idée de *complication* de la vie de l'élève pourrait expliquer beaucoup de frustrations ou de déceptions. En voici quelques exemples.

1 Nous sommes en troisième. La maîtresse a expliqué et travaillé la soustraction en colonnes par emprunts et donne à faire à domicile une fiche comportant vingt soustractions du type :

$$\begin{array}{r} 1000 \\ - 374 \\ \hline \end{array} \quad \text{ou encore} \quad \begin{array}{r} 1000000 \\ - 539201 \\ \hline \end{array}$$

Bien entendu, le but est louable et les élèves vont abondamment travailler les difficultés des retenues en présence de 0. Toutefois la technique imposée ici est beaucoup moins efficace que ce que certains appellent la « technique de la sommelière ». Comme lorsque celle-ci rend la monnaie sur un café à 3 fr 20 on peut faire ici, oralement ou par écrit :

374: 6 pour aller à 380
20 pour aller à 400
600 pour aller à 1000
Donc il faut 626 pour aller de 374 à 1000.

Si on examine l'effet de ce genre d'exercice, il est assez évident que les élèves vont considé-

rer l'algorithme de la soustraction comme une complication et non comme une aide à résoudre des problèmes ou des calculs de façon plus simple qu'avec les moyens de calcul réfléchi dont ils disposaient auparavant. Ceci sans parler des blocages au sujet du zéro² !

2 Nous sommes en huitième. L'enseignant a commencé à travailler le calcul littéral ainsi que la résolution d'équations du premier degré. Assez rapidement, afin de présenter l'utilisation de ce nouvel outil, il propose un problème classique :

*Un marchand fait trois foires.
A la première, il double son argent, puis dépense 30 pistoles.
A la deuxième, il triple son argent, puis dépense 54 pistoles.
A la troisième, il quadruple son argent puis dépense 72 pistoles.
Il lui reste alors 48 pistoles.
Combien de pistoles avait-il au départ ?*

L'enseignant, après avoir laissé ses élèves réfléchir, construit avec eux la résolution algébrique classique :

Quantité de pistoles possédée au départ : x
Quantité restante après la première foire : $2x - 30$
Quantité restante après la deuxième foire : $((2x - 30) \cdot 3) - 54$
Quantité restante après la troisième foire : $((((2x - 30) \cdot 3) - 54) \cdot 4) - 72$
On sait par ailleurs qu'il lui reste 48 pistoles.
On a donc l'équation à résoudre : $((((2x - 30) \cdot 3) - 54) \cdot 4) - 72 = 48$

L'enseignant se lance ensuite dans la résolution de l'équation au tableau. Il indique également les simplifications possibles à chaque étape. Il arrive finalement au résultat.

Une main se lève alors...

Elève — Mais m'sieur, moi j'ai trouvé 29 sans faire tous ces trucs !

Prof — Oui bien sûr, on peut essayer au bol et tâtonner, mais ça peut être long si...

Elève — Non, j'ai simplement fait à l'envers ! A la fin il lui reste 48. Juste avant il a dépensé 72, donc il avait $48 + 72$, donc 120. Avant il a quadruplé, donc il avait 30. Et ainsi de suite et j'arrive à 29.

Un murmure parcourt la classe. Presque tous les élèves n'ont pas suivi les explications de leur camarade, mais plusieurs voix s'élèvent pour confirmer : c'est bien plus simple !

L'enseignant choisit de demander à l'élève d'expliquer à nouveau sa méthode à la classe et conclut : « C'est une bonne idée et ici c'est assez simple. Je vous demande toutefois d'utiliser l'algèbre pour résoudre les problèmes que je vais vous donner, car au test... »

Ici encore, le nouvel outil est pour les élèves un moyen imposé qui « complique la vie ». Certes, une bonne partie d'entre eux acceptera cette contrainte et se pliera à ce type de résolution. Toutefois cet outil restera fondamentalement étranger pour la plupart des élèves et sera rapidement oublié.

On pourrait multiplier les exemples de problèmes à résoudre par voie algébrique qui se résolvent plus simplement, pour des élèves, sans utiliser d'algèbre. On pourrait à ce sujet examiner les tests proposés aux élèves de huitième. Pour ma part, j'ai fait l'exercice à partir d'un manuel d'algèbre³. Sur les quarante-huit premiers problèmes des « Rudiments de l'algèbre », trente-cinq peuvent se résoudre par des méthodes souvent plus simples que le calcul algébrique ; plus simples pour l'élève tout au moins, sachant l'investissement à consentir pour passer au niveau d'abstraction supérieur que constitue l'algèbre.



Faut-il dès lors s'étonner que pour bon nombre d'élèves, y compris dans la voie conduisant aux études longues, l'algèbre ne devienne jamais un langage utilisable ? Faut-il s'étonner que les profs de gymnases se plaignent d'une incompétence grave de leurs élèves à effectuer des opérations élémentaires de calcul littéral⁴ ?

Ces deux exemples sont peut-être un peu caricaturaux. Ils sont pourtant à la fois authentiques et récurrents. Il ne s'agit pas ici d'affirmer que toutes les notions mathématiques peuvent être présentées sous le jour d'outils qui simplifient la vie. Il reste parfois nécessaire d'apprendre une technique dont la véritable utilité ne sera visible que plus tard. Ce serait par exemple le cas du calcul fractionnaire qui, dans notre culture décimale, n'apporte guère de simplification, mais qu'il faut maîtriser dans le domaine numérique avant de l'utiliser dans le champ littéral. Cependant il est souhaitable de n'utiliser l'argument *ce sera utile plus tard* qu'en dernière extrémité et d'expliquer le plus possible quand et comment la connaissance en question prendra toute sa signification.

Nombreuses sont les injonctions qui incitent les enseignants à présenter les notions et outils mathématiques dans l'optique préconisée par Charnay. Elles semblent venir tant de la recherche en didactique des mathématiques⁵ que de la formation initiale et continue des enseignants. Mais elles sont aussi très présentes dans les plans d'études et dans les méthodologies accompagnant les moyens d'enseignement. Quelques citations :

« A l'école, l'élève apprend les mathématiques lorsque le maître le met en situation de développer ses multiples facultés pour vivre toutes les phases d'une activité de recherche et engendrer ainsi les attitudes qu'exige une démarche scientifique. »⁶

« L'action finalisée est source et critère du savoir [...]. Les techniques, notions ou outils particuliers se construisent au cours des périodes de recherche, où leur utilisation se révèle fonctionnellement nécessaire. »⁷

« On se propose maintenant de poser des questions avant que d'avoir enseigné la manière

3 | LES MATHS DU CYCLE INITIAL AU GYMNASSE

POURQUOI LES MATHS À L'ÉCOLE ? POUR SIMPLIFIER LA VIE ?

d'y répondre [...] d'attendre le moment où [les connaissances] se révèlent nécessaires, où elles deviennent fonctionnelles, où elles prennent du sens.»⁸

Pourtant force est de constater que ces injonctions convergentes ne sont de loin pas toujours suivies par les enseignantes et les enseignants dans leurs pratiques quotidiennes et que les notions sont souvent introduites hors des périodes de recherche où leur utilisation se révèle fonctionnellement nécessaire. Ce bref article ne peut évidemment pas explorer les raisons de cette difficulté d'implantation. Notons toutefois qu'on entend souvent, de la part des enseignants, le reproche que « cette manière d'enseigner est trop compliquée » ou encore que « ce jargon de pédagogue est trop compliqué ». On se trouve ainsi devant le paradoxe d'un type d'enseignement qui veut que les mathématiques apparaissent à l'élève comme un outil de « simplification de la vie de l'élève », mais qui se présente aux enseignants comme un facteur de complication de leur enseignement. Ce paradoxe interpelle didacticiens, formateurs et auteurs de moyens d'enseignement. Sa prise en compte est nécessaire à une véritable implantation des réformes en cours dans l'enseignement des mathématiques.

L'implantation de ces réformes est d'autant plus difficile que, pour beaucoup d'enseignants, de parents, mais aussi d'élèves, l'application mécanique de techniques mathématiques standardisées est la manière la plus efficace de simplifier l'usage des mathématiques. Cette opinion est souvent fondée sur l'observation des résultats à court terme et les chercheurs eux-mêmes sont loin d'être unanimes. Face à l'injonction d'étudiantes et d'étudiants : « mais dites-nous, quelle est, selon la recherche, la méthode d'enseignement des mathématiques la plus efficace », je suis obligé, en tant que formateur, de rappeler la relativité des critères d'efficacité dans les recherches. J'insiste également sur la nécessité pour un enseignant de posséder dans sa besace une grande variété d'outils afin de pouvoir choisir le plus approprié pour enseigner telle

notion à telle classe, celui qui aura la meilleure efficacité pour une situation donnée. Ce ne sera pas forcément l'approche pédagogique ou didactique la plus simple, ce ne sera pas forcément celle qui permettra aux élèves d'obtenir à court terme les meilleurs résultats dans une épreuve commune, mais ce devrait être celle qui permettra le mieux aux élèves d'acquérir des connaissances mobilisables dans la suite de leur « vie mathématique », celle qui leur permettra de faire des mathématiques, d'apprendre les mathématiques.

C'est peut-être le rôle de la didactique des mathématiques, comme le souligne Brousseau : « Une des fonctions de la didactique pourrait être alors [...] de contribuer à mettre un frein, enfin, à un processus qui consiste à transformer le savoir en algorithmes utilisables par des robots ou des humains sous-employés et à diminuer la part de réflexion noble dans toutes les activités humaines pour en faire dévolution à quelques-uns. Pour sacrifier au dieu de la soi-disant efficacité, l'enseignement prête son concours aujourd'hui à la réduction algorithmique et à la démathématisation. J'espère profondément que la didactique pourra combattre cette dépossession et cette déshumanisation. »⁹

Ainsi le souci de l'introduction de connaissances mathématiques en lien immédiat avec leur utilisation dans la résolution de problèmes permet de faire se rencontrer deux préoccupations souvent considérées comme antagonistes : celle d'enseigner les mathématiques sans se borner à la répétition de fiches ou d'exercices techniques et celle de faire acquérir aux élèves une véritable culture mathématique, pour « l'honneur de l'esprit humain »¹⁰. Rapprocher ces deux préoccupations, c'est aussi, pour paraphraser Charnay, rapprocher les mathématiques scolaires des vraies mathématiques !

Stéphane Clivaz
professeur formateur à la HEP
et enseignant au secondaire I

¹ Charnay, R. (1996). *Pourquoi des mathématiques à l'école ?* Paris : ESF éd., p. 75.

² Voir par exemple Guedj, D. (2005). *Zéro ou les cinq vies d'Aémer : Roman*. Paris : R. Laffont.

³ L'excellent ouvrage *L'algèbre mode d'emploi* de Gérard Charrière était utilisé en VSB jusqu'à l'arrivée des nouveaux moyens romands Mathématiques 7-8-9. Les problèmes algébriques simples sont placés dans un chapitre 22 intitulé « Les rudiments de l'algèbre ».

⁴ Voir dans ce numéro l'article « Transition secondaire I - secondaire II en maths : un dialogue ».

⁵ Voir par exemple le concept de situation adidactique, de contrat didactique, de milieu, etc. dans la théorie des situations de Guy Brousseau. Une définition simple de ces concepts peut se trouver entre autres à l'adresse : http://perso.orange.fr/daest/guy-brousseau/textes/Glossaire_Brousseau.pdf

⁶ PEV 2006, CYP.

⁷ Fondements 2 et 4 des *Conceptions d'ensemble de la collection Mathématiques 1P-4P*, cités dans Bréchet, M., Calame, J.-A., & Chastellain, M. (2003). « Structure et organisation. » In *Mathématiques 7-8-9* (pp. 27-28). Lausanne : CIIP-LEP.

⁸ Gagnebin, A., Guignard, N., & Jaquet, F. (1998). *Apprentissage et enseignement des mathématiques, commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire*. Lausanne : Corome.

⁹ Brousseau, G. (1989). « Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège. » *Petit X*, 21, p.68.

¹⁰ Dieudonné, J. A. (1987). *Pour l'honneur de l'esprit humain : Les mathématiques aujourd'hui*. Paris : Hachette.