La maison

Stéphanie Dénervaud

Fondation de Vernand & groupe DDMES

Un matin, lors de l'accueil en classe, Didier arrive avec l'envie de construire des cabanes. Ses quatre camarades sont d'accord, il leur faut de grands cartons pour les construire. Je réfléchis à cette idée durant la semaine et tente de projeter quelles connaissances mathématiques pourraient être mises en jeu dans un tel projet : notions de géométrie dans l'espace, dans le plan, solides, développements, surfaces, formes, mesures et nombres sont nécessaires. Je réfléchis également au type d'activités que je pourrais proposer collectivement ou individuellement.

14 novembre

L'opportunité de ce projet me questionne, mais ce matin, les élèves me demandent formellement s'ils peuvent construire une cabane. Lors du moment dédié aux mathématiques, nous prenons le temps d'observer différentes maisons dans des livres et de les commenter. Le terme « triangle » apparaît déjà lors de la description d'une porte.

Je leur propose ensuite de dessiner la maison qu'ils souhaitent construire. Gaël dessine des collines parcourues par un chemin : la perspective est présente, le chemin rétrécit au loin. Durant leur production, les mots « carré » et « rectangle » émergent spontanément. Ils construisent ensuite leur maison avec des polydrons.

Figure 1 : l'une des maisons inventée

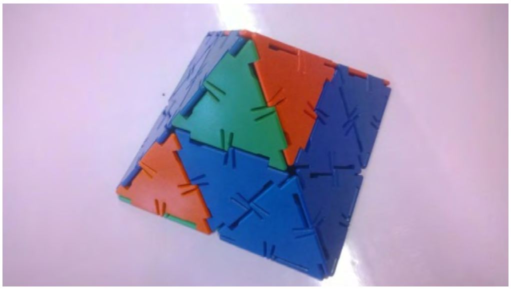

Figure 2 : maison pyramide

Gaël construit des figures et des solides. Il commence par un tétraèdre et une pyramide à base carrée qu'il nomme « pyramide ». Il construit aussi un cube : pour cela il part du développement en forme d'escalier, clair au départ dans sa tête, et le monte à toute vitesse en volume. Il désigne et nomme le « cube », l'« hexagone » construit avec les pièces triangulaires et l' « octogone » (mais en désignant une pièce pentagonale).

> Les termes qu'il utilise pour désigner les objets sont tous issus du domaine de la géométrie. Il ne fait pas de phrases, il nomme. Avant de monter son cube, il sait exactement quelles pièces il lui faut et comment monter sa maison. Je formule donc l'hypothèse suivante : atteint d'autisme, Gaël communique et pense sur un mode préférentiellement visuel ; il développerait donc des compétences géométriques et spatiales plus importantes qu'un élève neurotypique.

Didier construit un parallélépipède rectangle de trois étages avec des pièces carrées. Il parle de « maison rectangle ».

Nolan veut faire un immeuble de douze étages car il habite au douzième. Il commence par disposer ses carrés sur un plan de 3x12 carrés pour des raisons pratiques : il est plus facile d'accrocher les pièces à plat que directement en volume. Il rabat les côtés de la tour puis fixe les derniers carrés avec l'aide de Thomas et Didier.

Thomas voit ma collègue (nous sommes toujours deux enseignantes en classe) construire un dodécaèdre à partir des pentagones et entreprend de l'imiter avec succès. Il improvise ensuite d'autres volumes :

un cube ouvert, une pyramide ouverte, des solides irréguliers composés de pentagones et de triangles. Je lui demande si ce sont des maisons quand il n'y a pas de porte. Il cherche alors à les refermer.

Ma question vise non pas à considérer que chaque maison doit avoir une porte, mais à obtenir des solides à partir desquels il sera possible de faire des mathématiques. Un cube a 6 faces, qu'elles soient matérialisées ou non. S'il en manque une pour « laisser la maison ouverte », s'agit-il encore d'un cube ? Sa réponse n'est pas orale mais mise en acte : il referme le cube avec un sixième carré. Cette réponse satisfait-elle une injonction implicite liée au contrat didactique ? Correspond-elle à une conception partielle du cube car encore liée aux déterminants matériels ?

David construit sa maison par tâtonnement. Il réfléchit tant aux formes des pièces dont il a besoin qu'à leur agencement. Il essaie de construire en amont un développement de sa maison.

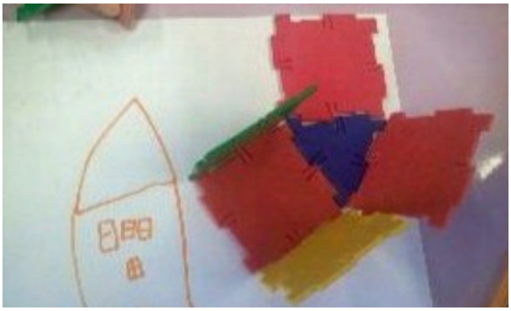

Figure 3 : maison de David

Lorsqu'il a fini, il construit un long serpent de « 43 » car son papa a « 43 ».

Lorsqu'il dit « quarante-trois », le mot-nombre n'est pas rattaché à une unité car tout ce qui se compte se rapporte pour lui à des années. Lorsque nous lui demandons à quoi correspondent ces 43, il ne comprend pas le sens de notre question ou alors répond « 43 ans », comme s'il s'agissait d'une évidence. 43 n'est pas un attribut quantitatif associé à des objets dénombrables, il désigne : il revient à l'interlocuteur de deviner quoi. Le nombre ici ne désigne pas une catégorie de pièces particulière. D'autre part, il est capable de dire 43 en comptant les éléments dans un autre ordre. Le rapport du signe (mot) au nombre (concept) relève pour lui plus d'un rapport de dénotation (Descaves, 2001) entre un mot-nombre et une série d'actes opérant sur des objets (désignation, correspondance terme à terme, indifférence de l'ordre et stabilité de la comptine numérique) et reste partiel. Un rapport construit sur un mode de connotation impliquerait d'énoncer la catégorie d'objets qui a été dénombrée, ce qui permettrait au mot-nombre de connoter non seulement le résultat d'une action, mais de lui donner le statut d'attribut quantitatif d'un corpus d'objets, et donc une valeur cardinale.

Une fois leurs maisons de polydrons construites, Thomas, Didier et Nolan comparent leurs maisons et cherchent à savoir qui aura la plus haute. Ils arrivent à la conclusion que s'ils les mettent toutes ensemble en les superposant, ils en auront une encore plus grande. Ils mettent leur idée à exécution, puis demandent à être photographiés à côté de leur tour pour voir s'ils sont plus grands qu'elle ou si cette dernière les dépasse.

Durant toute la séance, j'écris sur un panneau le vocabulaire spécifique au domaine mathématique que les élèves ont utilisé. La mise en commun porte sur l'évocation de ce vocabulaire et sur les étapes de construction d'une maison. L'architecte : 1) dessine la maison, 2) en fait un modèle réduit, 3) dessine un plan, 4) commande/confectionne le matériel, 5) construit.

Une telle séquence est porteuse de sens pour tous. Si les élèves ont des idées pour leur projet de maison, les enseignantes ont des idées pour favoriser les processus qui permettront de faire évoluer les conceptions d'ordre mathématiques présentes dans le milieu.

Afin d'unir ces deux dynamiques créatives, les enseignantes proposent des jeux de tâches (Favre, 2008) qui seront effectués soit individuellement soit de manière collaborative.

Les jeux de tâches ont pris les formes suivantes :

1) Créer progressivement un portfolio de termes géométriques. Il peut prendre la forme de tableaux agrémentés de dessins, de photographies, d'explications, d'affiches qui présentent tout ce que l'on a découvert (par exemple sur le carré/ le rectangle).

2) Dessiner le développement des maisons à partir des solides en polydrons mis à plat. Le contour reporté sur feuille cartonnée permettra de reconstruire la maison en papier cartonné.

3) Agrandir les dimensions de la maison.

4) Sur la base de photographies de maisons en polydrons : commander les pièces nécessaires (forme et quantité), puis reconstruire le solide.

5) Les développements sont photographiés afin que les enfants commandent les pièces nécessaires (forme et quantité) pour reconstruire le solide.

6) A l'image de ce qui a été fait sur les faces, un travail sur les sommets et arêtes est envisageable en utilisant des spaghettis et marshmallows, ou des baguettes et des connecteurs pour construire les solides.

17 NOVEMBRE

Didier et ses camarades demandent pour la leçon de mathématiques à continuer la construction de la cabane. Les élèves sont invités à consulter le planning et à repérer les étapes déjà réalisées et celles restantes. Les enfants ont déjà dessiné et confectionné une maquette. Aujourd'hui, ils doivent faire les plans et le montage en papier cartonné.

Chaque élève choisit un solide qu'il ouvre pour le mettre à plat. Il en décalque le contour au stylo-feutre, replie chaque polydron pour dessiner les futurs plis (en traits tirés). Il découpe ensuite le tour du développement, plie le carton en respectant les marques puis colle les bords avec du scotch de carrossier. Les maisons sont décorées à bien plaire. « On pourrait faire un village ! », lance Thomas.

Avant découpage, les développements sont photographiés.

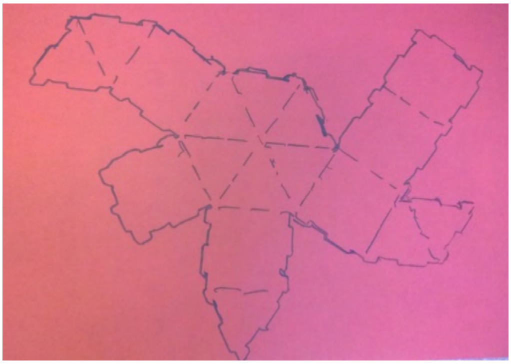

Figure 4 : développement d'une maison. Ici, il manque un triangle

Les photographies des solides en polydrons et des développements seront utilisés pour mettre en place des tâches individuelles de commande et de reconstruction de solides. L'observation des images implique des connaissances de reconnaissance de figures, de dénombrement, de représentation pour celles qui ne seraient pas visibles. Préparer la commande nécessite de l'anticipation de la part des élèves. La verbalisation pousse à l'utilisation d'un vocabulaire spécifique (nommer les formes ou certaines de leurs propriétés) et à l'utilisation du nombre comme attribut d'un ensemble. La construction du solide permet l'auto-évaluation de la démarche. Ces tâches sont proposées dans des « ateliers » individuels balisés sur une feuille de route.

19 NOVEMBRE

Avant même que je montre le jeu de tâches préparé (commande de pièces pour reconstruire le solide représenté), Gaël repère sur l'étagère les photos des différents développements. Il va spontanément chercher les polydrons et reconstruit les solides au lieu de se joindre au groupe. Il a compris seul le fonctionnement de la tâche. J'espère alors qu'il pourra, si ce n'est expliquer le jeu à ses camarades, du moins le leur montrer.

Bien qu'il ne soit pas en mesure de partager ses découvertes avec ses pairs pour des raisons sociales, son initiative témoigne du pouvoir d'induction du milieu sur les actions possibles. Nul n'est besoin de démonstration, de dévolution de la part de l'enseignant.

19 novembre

Aujourd'hui, je demande à mes élèves de construire une maison avec les polydrons. Cette fois, je ne leur donne que des pièces carrées. Chacun aboutit au « cube » (que nomme Gaël) et compte combien il a fallu de murs. Nous notons dans le tableau affiché le mot « cube », le mot « face » et le nombre 6. A partir du modèle en polydrons, je demande ensuite de construire un cube avec les spaghettis et les guimauves. Tous réussissent malgré les brisures de spaghettis trop fins (!). Je demande combien il faut de marshmallows et combien il faut de spaghetti pour faire un cube. Après plusieurs essais et confrontations, les élèves sont d'accord pour que je note sur le tableau : 12 spaghettis dans la colonne « côté »/ « arête » et 8 marshmallows dans la colonne « angle ». Le tableau sera complété par une photo d'un cube en polydrons, d'un cube en spaghettis/marshmallows, d'une série de spaghettis et de marshmallows photographiés[1].

On note que les élèves prennent soin de compter le nombre de spaghettis/marshmallows à faire figurer au tableau. Le nombre inscrit ne suffit pas à signifier la quantité, l'image d'un spaghetti ou d'un marshmallow ne suffit pas à symboliser la qualité de l'objet quantifié. La référence à la quantité est d'ordre iconique et non pas symbolique : les élèves ont besoin de faire figurer les 12 spaghettis ainsi que les 8 marshmallows sur les photos collées. L'écriture formelle du nombre n'a pas encore acquis un statut représentatif suffisamment porteur de sens.

21 novembre

Les enfants disposent de carton ondulé, d'un mètre et d'un double-mètre. L'enjeu est de découper des carrés de 100 cm de côtés pour faire les murs de la maison.

Les enfants découvrent le matériel, déplient le double-mètre et le mètre et les comparent. Thomas et Nolan cherchent les inscriptions 100 et 200, puis vérifient s'il y a bien le nombre de centimètres correspondants sur leur outil de mesure. Pour cela, ils se placent de part et d'autre du double-mètre : Nolan décompte depuis 200 jusqu'à 100 et Thomas compte depuis l'autre extrémité en pointant chaque centimètre. Ils tombent d'accord sur le fait qu'il y a bien 100 cm et 200 cm. Si Nolan n'éprouve pas de difficulté particulière au décomptage, il n'en va pas de même pour Thomas qui n'arrive pas encore à oraliser les mots « quinze » et « seize ». Passé ce cap avec l'aide de l'adulte, il arrive à retrouver des régularités dans l'énoncé de la suite des nombres.

Les enfants mesurent sur le carton 100 cm en dessinant un repère. Instinctivement, ils utilisent les rainures du carton ondulé pour mesurer le côté adjacent à angle droit. Je leur montre comment plier une feuille de papier pour obtenir les « coins du carré » et vérifier s'ils retrouvent les mêmes sur leur format cartonné. Une fois d'accord sur leur tracé du carré, ils en font un deuxième, puis un troisième côte à côte. Ils les découpent. Didier crée immédiatement une porte sur un des carrés. Il prévoit déjà de faire une fenêtre dont il dessine et découpe la forme dans un morceau de carton restant.

1 décembre

Puisqu'il faut 6 carrés pour construire la maison, les enfants conviennent qu'il leur en faut encore trois. Je leur donne un morceau de carton de 100 cm de large qui laisse de la marge en longueur. Les enfants prennent le mètre, mesurent et dessinent les repères à 100 cm de part et d'autre de la bande de carton. Nolan fait remarquer que ceux-ci ne sont pas l'un en face de l'autre, donc qu'il y a imprécision. Il prend pour repère l'ondulation rectiligne du carton. Pour obtenir un carré, il convainc ses camarades de découper d'abord la partie que dépasse l'ondulation, puis de recommencer les mesures. Un premier carré est tracé, puis un deuxième.

1 *Deux photos de 4 marshmallows : les 8 éléments sont figurés iconiquement, c'est-à-dire de manière proche de la réalité : ils sont dénombrables au même titre que les objets qu'ils représentent. L'inscription « 8 » est de l'ordre du symbole, et la photo d'un seul spaghetti aurait suffi à symboliser toute la catégorie « spaghetti ».*

Je demande : « Combien y a-t-il de carrés ? » Les élèves répondent qu'il y en a trois, sauf Nolan. Je prépare des étiquettes sur lesquelles j'écris le mot « carré ». Les enfants posent successivement les étiquettes.

carré	carré		

Etiquettes

Figure 5 : les élèves découpent les carrés de carton

Nolan répond que le troisième n'est pas un carré mais un rectangle. A la question « *pourquoi ?* », il répond qu'« *il n'y a pas la même chose* ». Il prend le mètre et montre qu'il y a 100 cm et encore quelque chose qui dépasse. Ce n'est donc pas un carré mais un rectangle « *Parce qu'on n'a pas dessiné là.* », désignant un tracé imaginaire. Je pose le mot « rectangle » dessus. Les enfants décident de tracer un repère à 100 cm. Ils découpent et enlèvent ce qui est en trop. Une fois terminé, nous prenons le temps d'écrire sur une affiche nos observations concernant les similitudes et les différences entre le carré et le rectangle (figure 6).

Lors de cette phase de discussion, les enfants cherchent leurs mots. Nolan explique que « le rectangle a deux côtés la même chose en face l'un de l'autre. Il a deux côtés plus grands. » Cette observation permettra de définir que le carré, lui, a quatre côtés de la même grandeur. C'est par comparaison que les critères émergent. Le mot « côté » est évoqué par Gaël, resté en dehors de l'activité jusqu'alors. Avant cela,

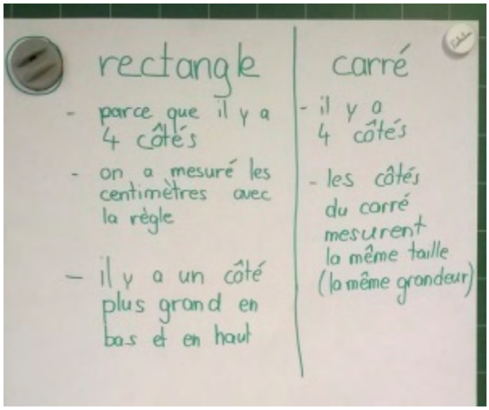

Figure 6 : observations sur le rectangle et le carré

aucun mot n'est utilisé et les enfants ont besoin de longer du doigt ce qu'ils cherchent à désigner. Le mot « mesurer » succède à « regarder la taille ».

> J'observe ici une évolution du registre langagier dont la précision est rendue nécessaire ici à des fins de catégorisation.

5 DÉCEMBRE

Avec des baguettes et des connecteurs, les enfants montent l'armature de la maison, à savoir la structure du cube. Les carrés sont fendus sur les côtés pour être noués à la structure à l'aide de rubans. La maison est enfin habitable…

Figure 8 : connecteurs en plastique imprimés en 3D

Figure 9 : maison cubique

L'expérimentation qui a eu lieu jusque-là a permis aux élèves d'élaborer des connaissances en termes de mesures, de représentation spatiale, de passage du plan au volume et inversement. Il a permis de réaliser une « maison en carton » tout en découvrant quelques propriétés du cube. L'aventure n'est pas terminée. Déjà se profile l'idée de construire un toit, de redéfinir le statut du plafond de la future cabane.

(Affaire à suivre…)

Bibliographie

Descaves, A. (2001). L'apprentissage du sens, certes ! Mais dans quel sens prendre le sens ? *Actes du 28è Colloque de la COPIRELELM de Tours* (pp. 75-78). Orléans : PUO.

Favre, J.-M. (2008). Jeu de tâches : un mode d'interactions pour favoriser les explorations et les expériences mathématiques dans l'enseignement spécialisé. *Grand N* (82), pp. 9-30.