FORMATION A LA GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE PAR LA CONSTRUCTION DE POLYÈDRES

Thierry DIAS
Professeur, HEP Lausanne
thierry.dias@hepl.ch

Jimmy SERMENT
Enseignant, Collège de Pully

Résumé
L'étude didactique que nous proposons consiste à observer et analyser les gestes, les actions et les interactions des apprenants dans un processus d'investigation mathématique. Nous présentons les environnements d'apprentissage proposés aux apprenants afin qu'ils s'appuient sur une diversité empirique dans leurs mises en actes susceptibles à la fois de révéler leurs connaissances mais aussi de faire exister de façon explicite les objets mathématiques qui sont les enjeux de savoirs de ces situations. C'est au sein d'une série de tâches dédiées à la construction de polyèdres que nous interrogeons l'expérimentation en tant que processus nécessaire dans un projet de formation à l'enseignement des mathématiques.

Depuis plusieurs années nous développons des situations mathématiques consistant à proposer aux apprenants des tâches de constructions en géométrie dans l'espace. Pour les participants (élèves ou enseignants en formation), il s'agit d'intervenir dans un environnement matériel adapté (Anghileri, 2006) les conduisant à bâtir des objets dont les dimensions peuvent être importantes. Ces constructions, qui ne sont que des compromis avec la réalité (Gonseth, 1936), sont cependant reconnues comme des créations humaines ancrées culturellement et riches de valeurs esthétiques. Elles permettent de faire exister les objets mathématiques qui sont les enjeux de savoirs des situations d'apprentissage.

Avec ces tâches géométriques, nous explorons la possibilité de construction d'un nouveau point de vue sur ces objets sensibles permettant un accès progressif aux concepts mathématiques (Vergnaud, 2011) qui leur sont sous-jacents (Dias, 2014b). Nos tâches sont dédiées à la construction des polyèdres réguliers : un processus constitutif de notre projet de formation à l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques. La méthodologie qui structure ces moments d'exploration tient en trois points essentiels :

- Proposer des milieux matériels susceptibles de provoquer des expériences et des créations personnelles et/ou collectives ;
- Ajouter dans ces environnements des contraintes spécifiques responsables de créations de déséquilibres révélant aux apprenants des zones d'ignorance provisoire auxquelles ils doivent s'adapter ;
- Observer et interagir avec les propositions faites en cours de résolution, par les élèves ou les enseignants en formation.

Dans les tâches que nous offrons, nous recherchons prioritairement des mises en actes (Vergnaud, 1996) susceptibles de révéler les connaissances des apprenants (surtout dans le contexte de nos expériences en enseignement spécialisé). En proposant un milieu matériel spécifique, nous mettons à disposition des participants une diversité empirique (Descaves, 2001) propice aux conceptualisations. L'étude didactique que nous menons ensuite consiste à utiliser nos observations, analyse des gestes des apprenants (Longo, 2003), ainsi que l'étude des actions et des interactions des apprenants au sein de ce processus d'investigation mathématique. Nous utilisons des enregistrements vidéo des séances avec les élèves notamment grâce à l'utilisation de caméras spécifiques de type Go-pro afin d'avoir un focus plus important sur la coordination des gestes et des mots utilisés par les apprenants lors des phases de construction.

Notre première confrontation à la contingence des classes s'est faite au cours d'un projet de mise en œuvre d'une séquence dédiée aux objectifs d'apprentissage de la géométrie dans l'espace. Nous avions alors choisi un dispositif de l'enseignement spécialisé dans une classe de développement (Dias, 2014a). Puis nous avons exploré d'autres contextes de formation pour mener notre étude : formation initiale des enseignants spécialisés, formation initiale des enseignants de l'école primaire et de l'école secondaire, formation continue des enseignants et formation de formateurs. Ces différentes expériences ont permis de révéler la robustesse didactique de nos ateliers d'expérimentation mathématique.

Lors de l'atelier que nous relatons ici, nous proposons aux participants une formation en trois temps chronologiques :

- Un ancrage théorique préalable sur la notion de formation par l'expérience ;
- Des tâches expérimentales et d'investigations en groupes ;
- La création d'une séquence en géométrie ou l'élaboration d'un problème ouvert (au choix).

Ce troisième et dernier moment de l'atelier se décompose lui-même en plusieurs temps comme nous le narrons dans le troisième chapitre de ce compte rendu.

I - FORMER PAR L'EXPÉRIENCE

Le processus de formation que nous utilisons lors de cet atelier de la COPIRELEM est la reproduction d'un modèle expérimenté à plusieurs reprises dans des contextes de formation initiale et continue des enseignants comme nous l'avons présenté précédemment. Il s'agit de proposer aux participants des situations d'apprentissage par l'expérience proche d'une forme de learning by doing au sens pragmatique de cette formule. Nous postulons en effet que la construction des connaissances didactiques en mathématiques suit un processus proche de l'apprentissage par adaptation de type piagétien passant par une confrontation aux objets. En proposant aux apprenants des situations déstabilisantes car non familières au sens de Dewey, nous provoquons :

- le recours à l'utilisation d'un matériel adapté dans des manipulations exploratoires révélant des connaissances en actes ;
- l'émergence d'un langage en situation aidant à la conceptualisation ;
- l'utilisation d'une démarche d'expérimentation proche de l'investigation scientifique ;
- la collaboration entre les participants grâce aux interactions sociales et cognitives dissymétriques.

1 Manipuler : mettre en actes ses connaissances

« Mettre en actes ses connaissances précède leur mise en mots » (Vergnaud, 1996).

Manipuler c'est aussi prendre conscience de l'étendue de ses connaissances en mathématiques lorsqu'il s'agit de faire et non pas prioritairement de dire. Dans les différents contextes de mise en œuvre de nos situations mathématiques, nous avons observé que les manipulations des objets réels étaient source de révélation de connaissances par les sujets. Les problèmes rencontrés dans les constructions apparaissent parfois comme de simples questions techniques ou technologiques, mais les acteurs se rendent finalement assez rapidement compte que ce sont des connaissances qui leur permettent d'avancer dans la résolution. Ainsi, quel que soit l'investissement manipulatoire de l'apprenant, il met en lien ses actes et ses connaissances dans un processus d'apprentissage par adaptation.

En privilégiant l'action, on désacralise également l'activité mathématique qui rime trop souvent avec inaccessibilité de ses savoirs et intolérance à l'erreur. Tous les contextes de mise en œuvre que nous avons expérimenté nous ont confirmé que le statut de l'erreur changeait radicalement pour ne représenter qu'une errance provisoire parfois même salvatrice ou amusante.

2 Langage en situation : dénotation et action sensée

« Les échanges, les interactions verbales ont lieu en situation d'expérimentation. Le langage accompagne les actions pour dénoter. Les actions sont intentionnelles et motivées, on parle d'action sensée » (Bronckart, 1997).

Une formation par l'expérience privilégie une entrée par des situations d'action selon le modèle de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), mais elle ne se dispense évidemment pas de situations de formulation et de validation dans un processus de résolution de problème. Les interactions entre les sujets se bâtissent certes sur un projet de co-construction d'objets sensibles, mais la dénotation des choses et des propriétés des objets mathématiques qui leur correspondent se met très vite en place. Ainsi les formulations langagières permettent d'abord aux individus de communiquer leur projet ou leur intention de faire. Puis elles accompagnent les actes et les premières rencontres avec les obstacles et les difficultés. Le langage devient alors un vecteur de questionnement, puis de validation ou de preuve nécessaire à l'explication des choix opérés pour la résolution du problème mathématique (ici géométrique).

3 Expérimenter : une démarche d'apprentissage

L'expérimentation consiste à intervenir, anticiper, transformer, vérifier dans une chronologie d'actes qui appartient à chaque sujet mais qui s'interpellent constamment. Les situations que nous proposons poursuivent ainsi la volonté de valider les hypothèses suivantes :

- Le processus d'expérimentation permet de dépasser la juxtaposition des expériences ;
- Ce qui fait sens n'est pas l'expérience mais la théorie liée aux objets de savoir mathématiques (syntaxe, sémantique) ;
- Il est insuffisant de compter sur la rencontre fortuite des savoirs lors des expériences : expérimenter vs manipuler.

4 Collaborer : partager et stabiliser ses connaissances

Nous sommes convaincus à la fois de la nécessité et de la non suffisance des expériences sociales interactives. Ce que nous recherchons dans la collaboration des sujets en contexte d'apprentissage ou de formation est la co-construction des connaissances et non pas une simple coopération. Nous souhaitons constituer une communauté d'individus (d'élèves par exemple) qui collaborent dans leurs actes et leurs mots en vue de catégorisations permettant l'élaboration progressive de concepts.

II - ATELIERS D'EXPÉRIMENTATION ET D'EXPLORATION

Lors de la deuxième phase de l'atelier, les participants sont répartis en groupes de trois à cinq personnes maximum. Nous leur proposons 90 minutes d'exploration mathématique dans trois ateliers thématiques (voir annexe 1). A raison de 30 minutes par tâche, ils doivent collaborer dans l'objectif de résoudre les problèmes rencontrés. Pour chaque tâche, une présélection du matériel nécessaire a été effectuée par nos soins, et la tâche à réaliser est énoncée sous une forme très condensée. Aucune prescription d'organisation humaine du dispositif n'est imposée, les participants sont libres de s'organiser à leur convenance. Nous n'indiquons pas non plus de mise en étapes de la résolution ce qui rapproche nos tâches de problèmes ouverts.

Afin de nous adapter aux effectifs de notre groupe, nous avions prévu deux consignes différentes pour chaque atelier comme nous le décrivons ci-dessous. Il faut noter ici que nous avons dû prévoir du matériel en conséquence et nous adapter aux locaux mis à disposition, ce qui nous a obligé à investir davantage les couloirs que les salles de classe. C'est un élément à prendre en considération pour tout formateur qui souhaiterait mettre en œuvre un dispositif de formation similaire, même si l'utilisation de baguettes plus courtes pour les arêtes est une option également envisageable.

1 Présentation des différentes tâches

1.1 Atelier 1 : construire

Cet atelier est dédié à la construction d'un polyèdre régulier à l'aide de baguettes en bois de 1m et d'un jeu de connecteurs non triés. On demande ensuite aux participants d'utiliser la construction pour réinvestir quelques connaissances de base en géométrie des polyèdres.

Tâche A1 : autour du dodécaèdre

Construire un dodécaèdre régulier à partir du matériel fourni, puis retrouver la formule d'Euler à propos de la relation qui unie les nombres de faces, arêtes et sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Tâche A2 : autour de l'icosaèdre

Construire un icosaèdre régulier à partir du matériel fourni, puis retrouver la formule d'Euler à propos de la relation qui unie les nombres de faces, arêtes et sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

1.2 Atelier 2 : sectionner

L'atelier numéro 2 propose des explorations géométriques autour de la notion de section polygonale d'un polyèdre. On demande dans un premier temps de construire un nouveau polyèdre régulier (différent de celui de l'atelier 1) puis d'en étudier les différentes sections en utilisant de la laine susceptible de représenter les côtés de ces polygones. Un groupe travaille en utilisant un cube et l'autre un tétraèdre régulier.

1.3 Atelier 3 : inscrire

La troisième tâche de cette expérimentation consiste à utiliser de la laine pour explorer les possibilités d'inscription de polyèdres à l'intérieur d'un troisième polyèdre régulier pour les participants. Pour cette tâche il nous a fallu faire parfois des propositions concrètes aux participants comme celle de l'inscription du cube dans le dodécaèdre. En effet, les propriétés des polyèdres réguliers en ce domaine n'étaient pas des connaissances mobilisables par tous les formateurs présents.

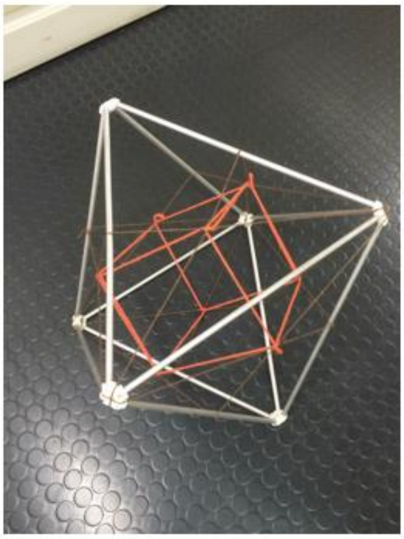
2 Compte rendu des différentes expérimentations

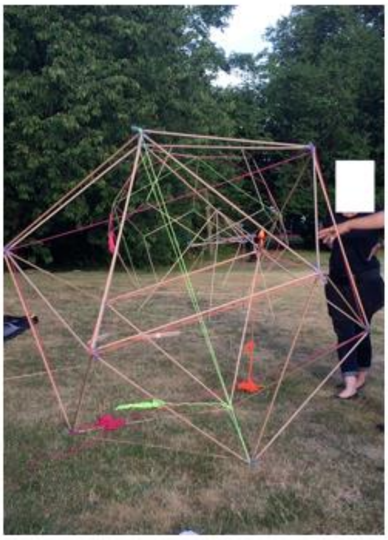
L'investissement des participants s'est avéré très important comme nous l'avons constaté lors de toutes nos expériences de formations précédentes. La dimension esthétique des objets géométriques construits dans des tailles importantes (le dodécaèdre mesure par exemple plus de 2m de hauteur) est un catalyseur des actions, et la volonté de réussir la tâche est une motivation de chaque instant. La mutualisation des connaissances va de soi dans tous les groupes tant l'hétérogénéité est grande entre les participants. En effet, même si les connaissances en jeu sont à disposition de tous les participants, leur mobilisation est très différenciée dans la tâche proposée. Les allers et retours entre les objets du monde sensible et les théories nécessaires à leur élaboration sont multiples d'autant que ces éléments théoriques ne sont parfois pas rendus explicites par celles et ceux qui y ont recours.

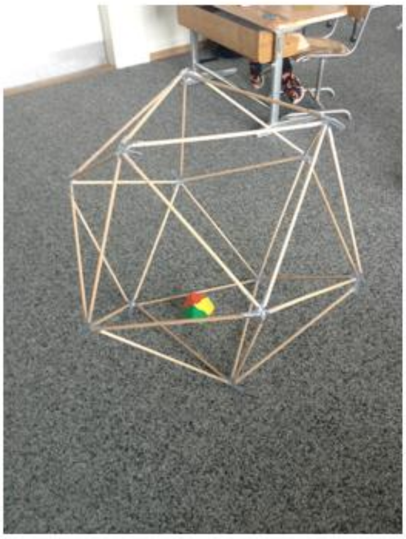
Tous les polyèdres demandés ont été construits avec plus ou moins de difficulté, la collaboration entre les participants a été systématiquement observée pour mener à bien ces tâches. L'évocation de la formule d'Euler mettant en relation les nombres de faces, d'arêtes et de sommets a permis de mettre en évidence que le milieu matériel offrait un nouveau point de vue sur ces trois concepts géométriques. En effet, dans une présentation plus ordinaire avec des polydrons ou des solides en carton, seul le concept de face est associé à une chose identifiable. L'arête et le sommet sont simulés par la jonction des faces, ce qui ne rend pas leur conceptualisation facile. En revanche, avec le matériel proposé il y a comme une inversion dans la force des représentations. Les arêtes et les sommets sont respectivement présents dans le monde sensible respectivement grâce aux baguettes et aux connecteurs. De l'avis général des participants, cela est une valeur ajoutée essentielle dans un projet de construction des connaissances de la géométrie des solides. Cette perception différente des objets géométriques participe vraisemblablement d'une certaine forme de déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) puisqu'elle semble privilégier le repérage des éléments qui constituent les polygones (arêtes et sommets) plutôt que les objets faces.

Lors de la phase d'inscription des polygones à l'intérieur des polyèdres construits, les participants de l'atelier ont apprécié une nouvelle forme d'accès à la géométrie plane ainsi définie au sein d'un environnement en trois dimensions au lieu de celui de la feuille de papier. Nous retrouvons là l'un des aspects soulignés auparavant à propos de la conceptualisation. En tendant des morceaux de laine pour représenter des polygones, on fait disparaître la notion de surface qui semble parfois trop prégnante chez les élèves qui ont ensuite des difficultés à se centrer sur les propriétés de ces objets géométriques : côtés et angles. Dans les tâches proposées, les participants ont également relevé que l'absence de la technique du tracé pour faire exister des polygones changeait radicalement la perspective d'apprentissage. Les instruments ne deviennent utiles que pour la vérification, ceci provoquant un autre rapport à la géométrie dans la représentation que s'en font les élèves.

Concernant les tâches d'inscription de polyèdres à l'intérieur des solides construits, elles ont permis un questionnement plus avancé sur certaines propriétés géométriques. Ainsi a été redécouvert par exemple la notion de dualité spécifique dans le cas des polyèdres réguliers. Ce fut également l'occasion de reconsidérer la notion de point de vue de ce type d'image ne passant pas par une représentation plane ou en perspective.







Enfin, la dimension collaborative dans la résolution des problèmes posés a particulièrement intéressé les participants. Le milieu matériel impose en quelque sorte cette compétence transversale qu'il est parfois difficile d'inclure dans les tâches mathématiques. Les élèves sont en effet souvent sollicités pour des travaux de groupes qu'ils vivent comme un dispositif social fictif, tant les tâches et les milieux matériels qui leur sont associés sont peu adaptés à un travail réellement collaboratif. Lors de cet atelier au contraire, les tâches sont conçues pour rendre les interactions langagières, les manipulations collectives et les partages de connaissances incontournables. Cette forme d'apprentissage mutualisé par sa dimension sociale tend à valider la perspective interactionniste vygotskienne.

III - CONCEPTION D'UNE SITUATION DE FORMATION

Pour cette troisième et dernière partie de l'atelier, nous avons sollicité chaque équipe de participants pour l'élaboration d'une ressource didactique susceptible d'être utilisée en formation initiale avec pour seule contrainte l'utilisation du matériel présenté auparavant. Pour lancer ce travail nous avons présenté deux tâches plus ouvertes (voir annexe 2) afin de montrer les potentialités du milieu matériel dans ce domaine. Nous souhaitions profiter de cette formation de formateurs pour explorer les possibilités de construction de ressources didactiques dans le cadre des problèmes ouverts ou des tâches complexes. Cette dimension ne fait pour l'instant pas encore partie de notre travail d'étude même si nous avons déjà conçu des situations propices à ce type de problèmes de recherche.

Après un temps de travail en groupes d'une durée approximative de 45 minutes, une mise en commun a permis la présentation des différentes propositions. Sur les trois groupes de l'atelier, un seul a eu le temps de mettre son travail par écrit, les deux autres ayant surtout profité du temps mis à disposition pour évoquer plusieurs pistes d'utilisation du matériel seulement par oral. Nous relatons ici les travaux des trois groupes, qui, sans être totalement aboutis, nous semble porteurs d'un réel potentiel quant à la mise en œuvre d'une situation de formation de futurs professeurs des écoles.

1 Groupe 1 : une situation de communication

Les étudiants sont répartis en binômes. Chaque binôme reçoit un solide choisi par le professeur (pyramide à base carrée, tétraèdre régulier, octaèdre régulier, bipyramide, cube tronqué, etc.). Ce solide est constitué d'un assemblage de faces en carton (ou papier fort) ou par assemblage de pièces plastiques articulées (type polydrons).

Phase 1 : Le binôme émetteur observe précisément le solide reçu puis doit le décrire en utilisant exclusivement soit des mots, soit des dessins. Cette variable didactique (et sémiotique) peut être un choix délibéré du professeur ou une adaptation au contexte de la classe. Il est également possible de donner des contraintes différentes aux groupes afin d'avoir des messages des deux types en vue de leur comparaison ultérieure.

Phase 2 : A partir du message reçu, le binôme récepteur doit construire un solide identique en utilisant le matériel de grande taille (baguettes de bois et connecteurs plastiques). Pour cela, les récepteurs doivent établir une commande du matériel nécessaire qui n'est pas directement à leur disposition.

Phase 3 : Le matériel est distribué par le professeur selon chaque commande effectuée. Les binômes construisent le polyèdre correspondant, en ajustant si besoin la commande lorsqu'elle apparaît incomplète.

Phase 4 : Les polyèdres construits par les binômes récepteurs sont finalement apportés aux émetteurs qui comparent les constructions et valident (ou non) les propositions en argumentant.

Il est également envisagé deux variantes à la situation :

- un échange des rôles (émetteurs/récepteurs) pour les étudiants ;
- une reprise à l'identique de la situation en inversant seulement le matériel à disposition : les émetteurs reçoivent un polyèdre construit avec le matériel baguettes/connecteurs et les récepteurs doivent construire avec des polydrons.

Cette situation de communication est articulée autour du changement de représentation sémiotique d'un polyèdre en fonction de l'environnement matériel mis à disposition. Comme nous l'avons dit dans le paragraphe 2 de cet article, les représentations des notions d'arête et de sommet sont beaucoup plus saillantes avec le matériel baguettes et connecteurs qu'avec celui des polydrons. Faire de ce changement de registre le point nodal de la situation didactique de formation nous semble donc particulièrement pertinent car ce sera l'occasion d'aborder avec les étudiants le champ théorique de la sémiotique par exemple en citant les travaux de Duval.

2 Groupe 2 : déconstruction dimensionnelle

L'objectif de cet atelier est la déconstruction dimensionnelle (Duval & Godin, 2005) en construisant un solide de Platon, le cube puis en trouvant des sections planes ou en y faisant des inscriptions.

Les étudiants sont regroupés par 4 au maximum et le travail se passe en 4 phases :

Phase 1 : Les étudiants construisent un cube d'arête 1 mètre avec les connecteurs rigides. Ils doivent ensuite trouver un maximum de sections planes à l'intérieur du cube en les représentant grâce à de la laine. Il est à ce moment certainement nécessaire de rappeler ce qu'est une section plane, afin que les étudiants ne travaillent pas sur une face du cube (ce qui ne permet pas d'atteindre l'objectif).

Phase 2 : Afin de réduire le nombre de fils de laine dans le cube, on demande aux étudiants de reporter leurs découvertes au fur et à mesure sur des dessins de cube en perspective et de nommer à chaque fois la forme de la section trouvée. A ce stade, il y a un passage entre la 3D (cube construit) et la 2D (dessin sur la feuille) et un passage du méso-espace au micro-espace.

Phase 3 : Demander aux étudiants de justifier, prouver la validité des formes planes trouvées, en insistant sur les propriétés des figures géométriques, en particulier en vérifiant les longueurs, la perpendicularité ou le parallélisme des côtés. Cette étape fait avancer un pas de plus vers l'objectif visé de la déconstruction dimensionnelle, puisque ce sont les côtés des figures planes qui sont désormais objets d'étude.

Phase 4 : Pour aller plus loin, on peut également demander de prouver si certains quadrilatères sont impossibles à trouver par section du cube. Une autre interrogation pourrait porter sur l'aire maximum du polygone que l'on peut trouver en effectuant ces sections.

Cet atelier propose donc d'illustrer la notion de déconstruction dimensionnelle en formation initiale. De plus, il pourrait s'avérer nécessaire pour les étudiants de faire des allers-retours entre ces dimensions grâce à l'utilisation de ce matériel spécifique. Ces passages vont également permettre de réaliser des traces écrites qui seront réutilisables pour une éventuelle mise en commun.

3 Groupe 3 : parallélisme et perpendicularité : du plan à l'espace

Le sujet de cette situation de formation est de permettre aux étudiants de faire émerger leurs conceptions puis de mener des expérimentations à propos de deux relations géométriques importantes à l'école : le parallélisme et la perpendicularité. Le dispositif social est celui du travail de groupes afin de favoriser les échanges de points de vue et de faciliter l'émergence des conceptions et représentations, qui, quand elles sont erronées, sont parfois cachées dans des dispositifs collectifs ou la parole est plus difficile à prendre.

Phase 1 : construire un polyèdre

Chaque groupe reçoit un lot de matériel (baguettes et connecteurs) et un objectif de construction qui consiste à réaliser un polyèdre. Les trois polyèdres à répartir dans les groupes (un par équipe) sont les suivants : octaèdre régulier, dodécaèdre régulier et icosaèdre régulier.

Phase 2 : étudier les relations de parallélisme et perpendicularité

Avec le polyèdre construit, chaque groupe utilise des pelotes de laine de différentes couleurs pour matérialiser ces deux relations. On ne précisera pas dans la consigne que l'étude de ces relations peut se faire dans le plan et dans l'espace afin de prendre connaissance des conceptions des étudiants dans ce domaine. En revanche, on demandera aux étudiants de trouver des arguments qui permettent de prouver toutes les propositions qu'ils font à propos des objets qui entretiennent entre eux l'une ou l'autre de ces relations.

Phase 3 : mise en commun des recherches

Chaque groupe présente ses recherches, ses résultats et ses arguments. Il est probable que les arguments mathématiques permettant de prouver le parallélisme et/ou la perpendicularité des plans soient parfois difficiles à mobiliser en fonction des connaissances des étudiants. Ce sera alors l'occasion de faire la différence entre une géométrie de type perceptive, dont les preuves sont sensibles et expérimentales, et une géométrie théorique qui se base sur la déduction et la démonstration.

IV - CONCLUSION

Le choix d'un environnement matériel dédié aux constructions de polyèdres de dimensions importantes nous semble propice à l'élaboration de situations de formation en géométrie. C'est par la mise en actes de leurs connaissances spatiales et géométriques que les étudiants auront la possibilité d'interagir dans un contexte suscitant fortement leur créativité du fait notamment de la dimension esthétique des objets élaborés. En conduisant de véritables processus d'investigation, la rencontre des objets géométriques qui sont les enjeux de ces situations de recherche est assez certaine. Si les connaissances des participants sont, bien entendu, fort diverses comme nous avons pu le constater très souvent, le partage en est facilité du fait des compétences transversales sollicitées telles que la communication et la collaboration.

Pour de futurs professeurs des écoles, aborder des connaissances en géométrie plane (objets et relations entre ces objets) dans un environnement en trois dimensions, nous semble à la fois original sur le plan de l'élaboration des situations, et pertinent quant au potentiel à s'appuyer sur la diversité des représentations facilitant la conceptualisation.

V - BIBLIOGRAPHIE

ANGHILERI, J. (2006). Scaffolding practices that enhance mathematics learning. Journal of Mathematics Teacher Education, 9(1), 33-52.

BRONCKART, J.-P. (1997). Action, discours et rationalisation ; l'hypothèse développementale de Vygotsky revisitée. Dans C. Moro, B. Schneuwly, & M. Brossard (dir.), Outils et signes : Perspectives actuelles de la théorie de Vygotsky (p. 199-221). Berne : Peter Lang.

BROUSSEAU, G. (1998). Théorie des situations didactiques : didactique des mathématiques 1970-1990. Grenoble : La Pensée sauvage.

DESCAVES, A. (2001). L'apprentissage du sens, certes ! Mais dans quel sens prendre le sens ? Actes du XXVIIe colloque de la COPIRELEM, Tours.

DIAS, T. (2014a). Des mathématiques expérimentales pour révéler le potentiel de tous les élèves. La Nouvelle Revue de L'adaptation et de La Scolarisation, (1), 151–161.

DIAS, T. (2014b). La diversité empirique pour faire exister les objets mathématiques. Actes de la conférence de la CIEAEM 2014, Lyon.

DUVAL, R., & GODIN, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N, 76, 7-27.

GONSETH, F. (1936). Les mathématiques et la réalité. Paris : Blanchard.

LONGO, G. (2003). Géométrie et cognition. Revue de synthèse, 124(1), 1-10.

VERGNAUD, G. (1996). La théorie des champs conceptuels. Dans J. Brun (dir.), Didactique des mathématiques (p. 197-242). Lausanne : Delachaux et Niestlé.

VERGNAUD, G. (2011). Au fond de l'action, la conceptualisation. Dans J.-M. Barbier (dir.), Savoirs théoriques et savoirs d'action (p. 275-292). Paris : PUF.

VI - ANNEXE 1

Groupe 1

Ateliers A : construire

Construire un dodécaèdre régulier à partir du matériel fourni :

Baguettes de 1m

Boite de connecteurs mélangés

Retrouver la formule d'Euler à propos de faces/arêtes/sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Ateliers B : sectionner

Construire un tétraèdre régulier à partir du matériel fourni :

Trouver un maximum de sections polygonales dans le polyèdre.

Baguettes de 1m

Connecteurs rigides

Ateliers C : inscrire

En utilisant la laine, inscrire des polyèdres réguliers à l'intérieur du dodécaèdre.

Baguettes de 50cm, connecteurs rigides, laine

Groupe 2

Ateliers A : construire

Construire un icosaèdre régulier à partir du matériel fourni :

Baguettes de 1m

Boite de connecteurs souples

Retrouver la formule d'Euler à propos de faces/arêtes/sommets.

Éventuellement : essayer d'en faire un tracé en perspective.

Ateliers B : sectionner

Construire un cube à partir du matériel fourni :

Trouver un maximum de sections polygonales dans le polyèdre.

Baguettes de 1m

Connecteurs rigides

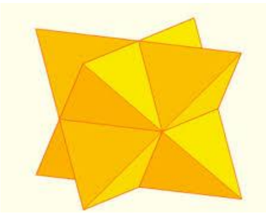
Ateliers C : inscrire

En utilisant la laine, inscrire des polyèdres réguliers à l'intérieur de l'octaèdre.

Baguettes de 50cm, connecteurs rigides, laine.

VII - ANNEXE 2

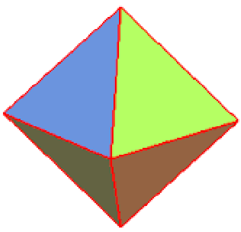
TÂCHE ouverte n°1 : autour de l'octaèdre et du tétraèdre

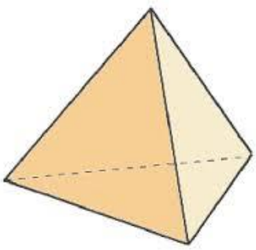


Réaliser la construction de la Stella Octangula en assemblant les polyèdres suivants :

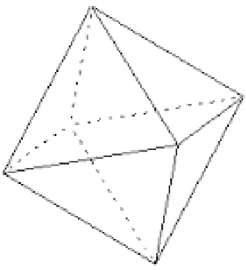
un octaèdre avec des connecteurs souples ;

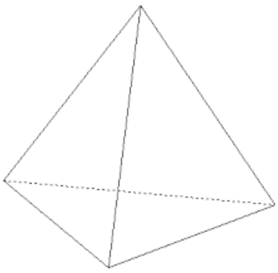
deux tétraèdres avec des connecteurs rigides.

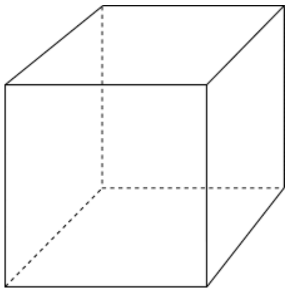




TÂCHE ouverte n°2 : autour de l'octaèdre, tétraèdre et cube







1. Construis un octaèdre avec des connecteurs souples.
2. Construis un tétraèdre avec des connecteurs souples. Il faut inclure l'octaèdre dans le tétraèdre.
3. Construis un cube. Il faut inclure la construction précédente dans ce cube.