Faire des mathématiques pour penser

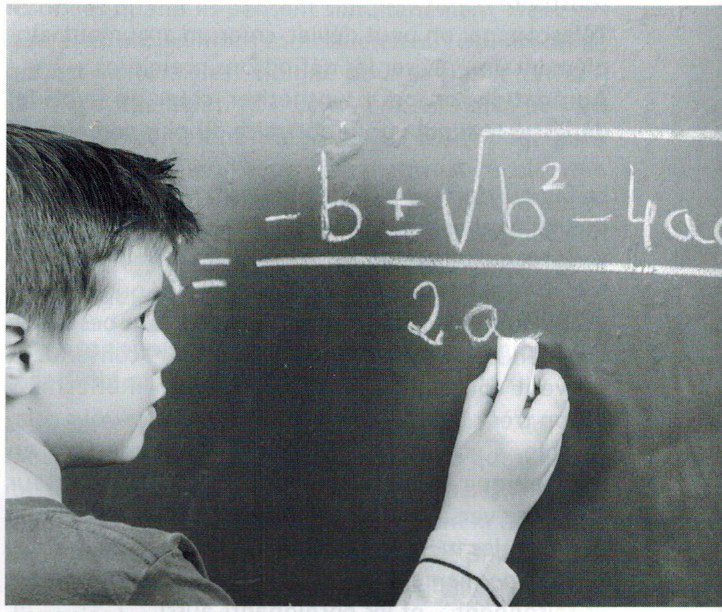
Thierry Dias

MOTS-CLÉS: GÉOMÉTRIE • ATTENTION • OBSERVATION • MÉMOIRE • LANGAGE

Les différents domaines d'étude scolaires que sont l'espace, la géométrie, le calcul, les nombres et la mesure s'appuient sur des objets théoriques qui constituent les savoirs des mathématiques. Pour les acquérir, les élèves doivent suivre un long processus de conceptualisation en passant notamment par la compréhension de leurs actes et de leur mise en signes. C'est ici que le raisonnement prend toute sa place: il est le vecteur de ce processus de conceptualisation car il permet l'organisation des objets de savoirs dans la tête de celui qui apprend. Sans lui les actes se cumulent sans compréhension, sans mise en liens des connaissances et ainsi, rien ne garantit l'apprentissage. Sans lui les signes qui représentent les objets mathématiques n'ont pas de sens, et les règles qui régissent leur organisation sont inaccessibles. Le raisonnement est une articulation nécessaire: un beau fémur, un bon tibia et un beau péroné ne sont rien sans une rotule!

Faire des maths

On sait depuis fort longtemps que l'apprentissage est un processus dans lequel l'action du sujet est déterminante. D'Aristote à Dewey l'idée a fait son chemin, et si philosophiquement on peut discuter encore et toujours de la part relative de l'action dans le processus d'apprentissage, personne ne remet en question sa nécessité. Pourtant l'idée même de faire des mathématiques, au sens de fabriquer, construire et élaborer ne vient pas spontanément à l'esprit. C'est un peu comme si ce domaine pourtant reconnu des sciences que sont les mathématiques, échappait à toute possibilité d'être «entre les mains» de ceux qui apprennent. Les maths se disent, s'écrivent mais se font-elles? Echappent-elles à l'incertitude des constructions, au bricolage éphémère? Si l'on change de point de vue et que l'on se décide à proposer de véritables mises en pratique des mathématiques à l'école, une nouvelle perspective s'ouvre. Celle de la mise en actes des connaissances. Dans cette dimension expérimentale des mathématiques, les élèves donnent à voir ce qu'ils savent faire, et au-delà même, ce qu'ils savent. Le terrain d'observation qui se dévoile alors aux enseignants est une belle opportunité de constater, de comprendre et d'apprécier les connaissances de leurs élèves. Et du côté des élèves? Comment expliquer ce faire des mathématiques? S'agit-il de simples applications automatisées ou de longues récitations de formules? Pour ma part, je défends l'idée que les pratiques mathématiques sont de formidables occasions de créativité, de découvertes et d'expression toutes susceptibles d'enrichir la pensée des élèves. Oui, on peut donc faire des mathématiques pour penser. Si les connaissances donnent naissance à certains de nos actes, nous agissons aussi parfois dans le but de les enrichir, de les modifier. Le processus est dialectique, de façon similaire à celui qui lie l'intuition et l'expérience. Tantôt enrichissement, tantôt structuration, comme Gonseth (1936) le décrit si bien. Chaque nouvelle expérience peut venir conforter une idée pré-existante et/ou la modifier au profit d'une autre plus valide, plus adaptée. Nous ne sommes plus très loin d'un vieil adage: c'est en faisant des maths que l'on apprend les maths.



«Le raisonnement est une articulation nécessaire.»

Accéder à la pensée... un rêve qui reste inaccessible

Si la mise en acte des connaissances est essentielle pour accéder à la cognition des élèves, savoir ce que pense autrui a toujours été, et reste encore heureusement aujourd'hui, inaccessible. Dans le contexte scolaire tout autant qu'ailleurs. L'enseignant ne sait que ce que ses élèves concèdent de lui donner à voir. Les traces de toute activité d'apprentissage ne sont que des bribes de la pensée avec laquelle ils sont corrélés. La branche des mathématiques n'échappe pas à cela. On peut même dire que la mise en mots (écrits et oraux) et la production de signes qu'elle nécessite de la part de ceux qui apprennent est particulièrement difficile. «Je sais le faire mais je ne sais ni le dire ni l'écrire» est un adage souvent entendu à propos des mathématiques. De fait, l'analyse des travaux d'élèves est un geste professionnel qui demande de l'expérience et un bon niveau d'expertise si on poursuit l'objectif de comprendre les processus de pensée des élèves qui ont produit ces traces. D'autant que ces traces ne sont souvent que des produits finis ne donnant

«Il est toujours très complexe de faire émerger le raisonnement qui a conduit tel ou tel élève à obtenir un résultat, qu'il soit juste ou faux d'ailleurs.»

qu'une photographie des processus qui ont permis leur élaboration. Il est toujours très complexe de faire émerger le raisonnement qui a conduit tel ou tel élève à obtenir un résultat, qu'il soit juste ou faux d'ailleurs. Même les dispositifs «méta» comme l'entretien d'explicitation ne garantissent pas à l'enseignant de comprendre comment les élèves raisonnent, ils fournissent tout au plus la possibilité de construire des hypothèses à ce propos. La cognition ne se lit pas comme une carte routière.

Raisonner: des liens avec la cognition

On admet couramment que penser, réfléchir, raisonner sont des dispositions importantes pour apprendre en mathématiques. Preuve en est la place de choix de cette matière scientifique dans les processus de sélection scolaire. La cognition des individus semble fortement liée à leur capacité à comprendre les mathématiques, à moins que ce ne soit la pratique des mathématiques qui ne soit responsable de cet enrichissement cognitif. Faire des maths pour mieux penser…
En tant que fonction cognitive, il semble que l'on puisse dire que le raisonnement fait partie des fonctions exécutives. Que l'on se place du côté de la perspective fonctionnelle ou de celle qui est localisationniste, cette fonction cognitive est cependant difficile à isoler. On sait en effet qu'elle dépend de nombreuses autres fonctions instrumentales (langage, mémoire, attention par exemple), et donc que le processus de raisonnement n'est pas facile à caractériser. L'évaluation des compétences des élèves dans ce domaine n'en est que plus improbable. Cependant, raisonner s'apprend et la possibilité de construire des situations en mathématiques offre une telle opportunité. En développant l'ensemble des fonctions cognitives qui sont au service du raisonnement, on fait ainsi le pari de son renforcement et de son développement.

Apprendre à raisonner avec la géométrie: voir, savoir, comprendre

Le champ spécifique de la géométrie me semble particulièrement adapté à un programme de développement de ces fonctions cognitives au service du raisonnement: attention, mémoire et langage (Dias, 2012). En mettant en place un rituel basé sur l'observation et la reproduction de figures géométriques, on enrichit progressivement les compétences des élèves en différant la mise en mots au profit de la spontanéité des actes.

- **Temps 1**: rituel dédié au développement de l'attention
  8 à 10 séances: observation et reproduction d'une série de figures.
  Dans cette première partie du dispositif on incite les élèves à différer leur entrée dans l'activité au profit d'une observation toujours plus attentive.
- **Temps 2**: jeux de mémoire
  Un rituel d'une dizaine de séances est dédié aux capacités mnésiques. Il s'agit toujours d'observer une figure avant de la reproduire, mais dans ce deuxième temps du projet le modèle disparaît au moment de son tracé.
- **Temps 3**: jeux de langage
  8 à 10 séances proposent la mise en mots spontanée puis organisée d'une nouvelle série de figures.

Cette progression se veut d'abord au service de l'enrichissement de l'observation attentive. Puis c'est l'exercice des techniques de tracé et par delà surtout la compréhension des relations qui existent entre les différents objets qui constituent les figures. Les jeux de mémoire qui suivent sont le support à l'exercice du langage intérieur. Chacun retient avec ses propres mots, ses propres gestes. En privant dans un premier temps les acteurs d'une mise en mots réglée et conventionnelle, on les allège provisoirement des obstacles et des contraintes langagières. Font-ils dès lors des mathématiques pour penser, et non l'inverse? Privilégient-ils la perception visuelle et le geste pour outiller leur futur raisonnement? Je le crois, je le pense et je l'espère.

L'AUTEUR

Thierry Dias
Professeur formateur, docteur en didactique des mathématiques et sciences de l'éducation, spécialiste des troubles et des difficultés d'apprentissage, HEP Vaud, Lausanne
www.hepl.ch

Références

- Dias, T. (2012). Manipuler et expérimenter en mathématiques. Paris: Magnard.
- Gonseth, F. (1936). Les mathématiques et la réalité. Paris: Blanchard.